Atividades matemáticas

PASSO A PASSO

4ª série

Com orientação para pais e professores

SCIPIONE Di Pierro Netto
CANDIDA Di Pierro

IVOR G. DE SOUZA

4ª série I

SCIPIONE DI PIERRO NETTO

• DOUTOR EM EDUCAÇÃO PELA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
• BACHAREL E LICENCIADO EM MATEMÁTICA PELA PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

MARIA CANDIDA DI PIERRO

• PROFESSORA DO MAGISTÉRIO NO ESTADO DE SÃO PAULO

Produção e Copyright
MÓDULUS Orientação Pedagógica, Edição e Comercialização de Obras Didáticas Ltda.

Planejamento, Diagramação e Capa
LEILA HIROMI NISHI
HÉLIO HIRAO

Arte Final
EDNA KATO
GILMAR NASHIRO
DIRCE HARUMI MATUZAKI
HELOISA DE OLIVEIRA

CIP - Brasil. Catalogação-na-Fonte
Câmara Brasileira do Livro, SP

D63a
4ª

Di Pierro Neto, Scipione,
Atividades matemáticas : passo a passo : 4ª série, 1º grau / Scipione Di Pierro Netto, Maria Candida Di Pierro. — São Paulo : Scipione Autores Ed., 1982.

Bibliografia.

1. Matemática (1º grau) I. Di Pierro, Maria Cândida. II. Título.

81-1427 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Matemática : Ensino de 1º grau 372.7

SCIPIONE AUTORES EDITORES LTDA.

AOS PROFESSORES

O quarto volume da coleção ATIVIDADES PASSO A PASSO completa a primeira etapa da aprendizagem matemática na escola de 1º grau. Estamos nos referindo ao período que movimenta atividades que se baseiam sempre no concreto, ou na manipulação de dados muito próximos da realidade do aluno.

Esse fato básico e as contínuas exigências de sucessivos reforços, através de boas séries de exercícios, devem permitir a aquisição dos indispensáveis conhecimentos nesta série. Por essa razão preparamos um texto com muito trabalho para o aluno. A graduação das dificuldades foi cuidadosamente revista e esperamos ter alcançado nosso objetivo.

As novidades desta série:

A classe dos milhões, etc.
Os números fracionários na forma $\frac{a}{b}$.
Os números decimais.
As unidades de medida e suas transformações.
As aplicações das unidades de medida às figuras geométricas.

e outras, foram objeto de exaustivo trabalho para permitir resultados concretos na aprendizagem.

Só se aprende Matemática fazendo e trabalhando; a atividade do aluno vale mais que a aula, mesmo quando bem assimilada. Esperamos que os exercícios propostos facilitem o trabalho do mestre no seu objetivo diário.

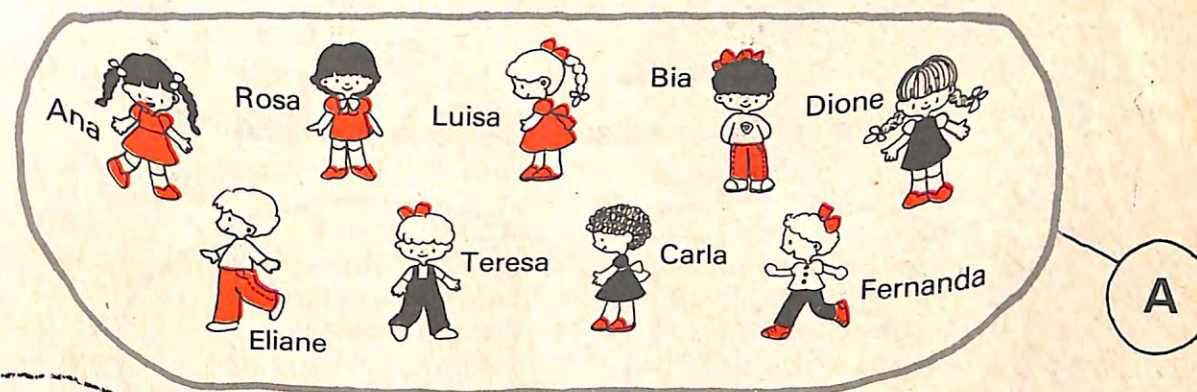
As indicações ao pé de cada página não têm a pretensão de realizar uma orientação pedagógica em tão pouco espaço. São antes os esclarecimentos dos autores quanto as suas intenções no trabalho e pretende compatibilizar essas intenções com a dos professores que vão executar o processo de aprendizagem.

Agradecemos por sugestões e críticas construtivas.

Os autores.

ÍNDICE

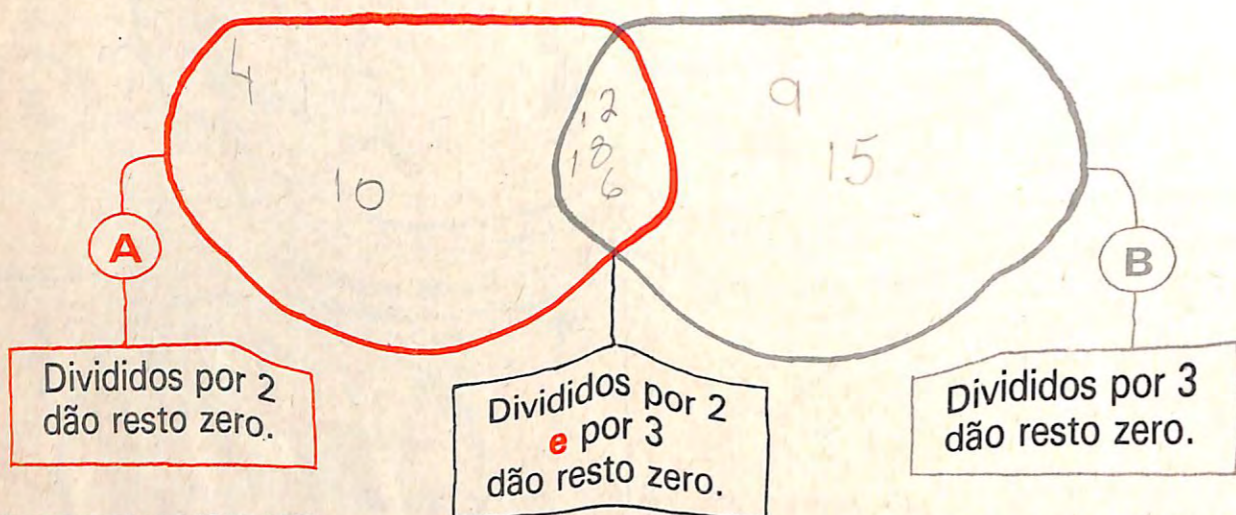
Conjuntos e Subconjuntos

Veja este conjunto de meninas

1. Forme os seguintes subconjuntos (Basta escrever os nomes)

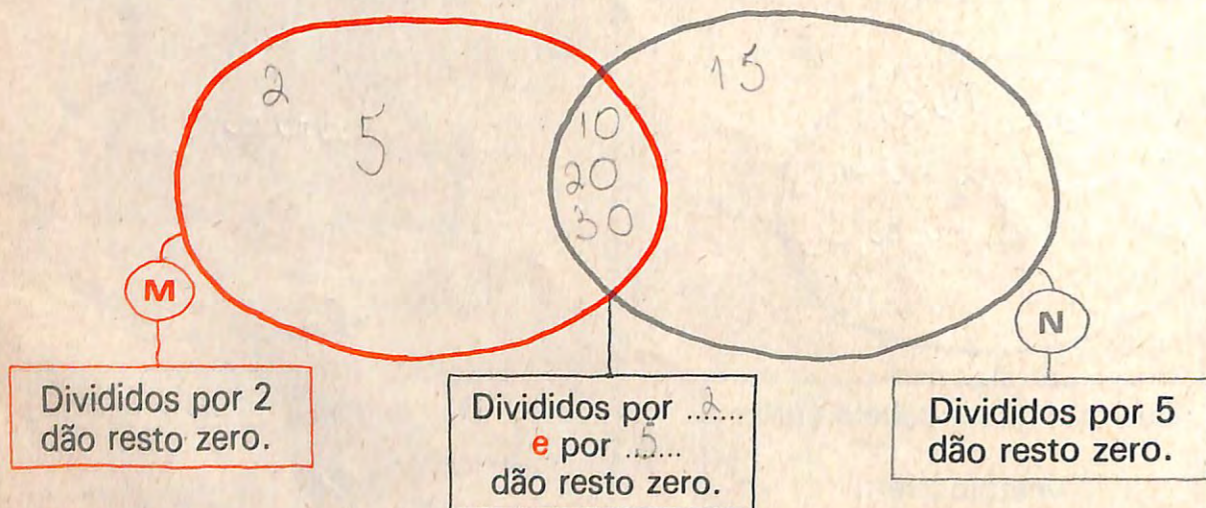
Conjuntos e Subconjuntos. Sentenças abertas sobre o universo A determinam subconjuntos. O uso do ou (conectivo disjuntivo) reúne todos os elementos, isto é (as que usam tranças ou as que usam vestido vermelho). O conectivo e determina a *intersecção*, ou seja, os que satisfazem às duas qualidades (usar tranças e vestido vermelho). É uma preparação para a união e a intersecção de conjuntos.

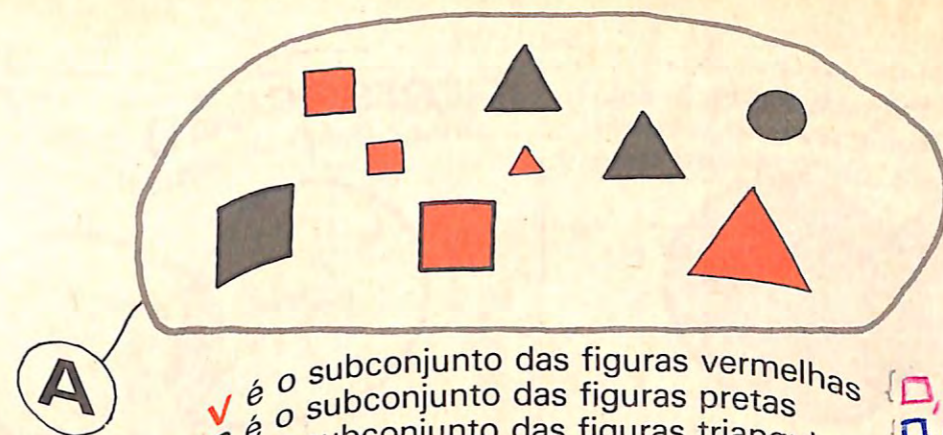
a) Sejam os conjuntos **A** e **B**, onde

A = { 4, 10, 12, 18 } **B** = { 6, 9, 12, 15, 18 }

No diagrama seguinte coloque os elementos de **A** e **B**, de acordo com o que dizem as etiquetas.

b) Sejam os conjuntos **M** e **N**, onde

M = { 2, 6, 10, 20 } **N** = { 15, 20, 30 }

No diagrama seguinte coloque os elementos de **M** e **N** e complete o que falta na etiqueta incompleta.

Conjuntos e Subconjuntos. As sentenças abertas usando os conectivos ou e e preparam o conceito de união e intersecção. Discuta bem esta questão para logo a seguir usar os sinais convencionais ∩ e ∪.

A

V é o subconjunto das figuras vermelhas
P é o subconjunto das figuras pretas
T é o subconjunto das figuras triangulares
Q é o subconjunto das figuras quadradas

1. Forme subconjuntos de **A**, conforme se pede em cada caso

a) Figuras vermelhas **ou** quadradas

Você formou a **união ou reunião** de **V** com **Q** e indica-se

V ∪ Q

b) Figuras vermelhas **e** quadradas

Você obteve a **intersecção** de **V** com **Q** e indica-se

V ∩ Q

c) Figuras triangulares **ou** pretas

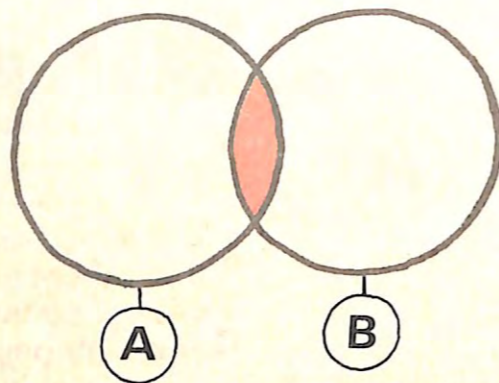
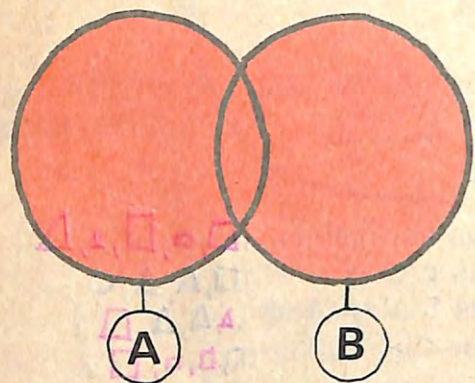
Você obteve a **reunião** de **T** com **P** ou **T ∪ P**

d) Figuras triangulares **e** pretas

Você obteve a **intersecção** de **T** com **P** ou **T ∩ P**

Operações com Conjuntos. Repete-se o [ou] disjuntivo e o conectivo [e] e reapresenta-se os sinais de ∪ (união) e ∩ (intersecção) de conjuntos. A intersecção unitária e a intersecção vazia (que o mestre exercitará) servirão para mostrar a existência dos conjuntos unitário e vazio.

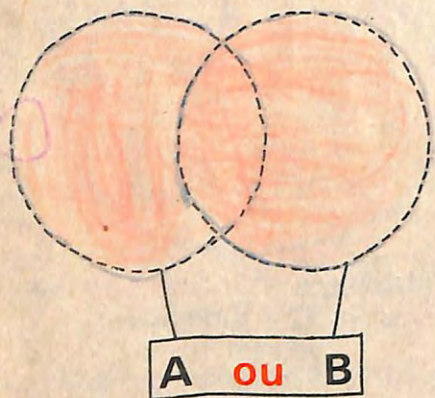
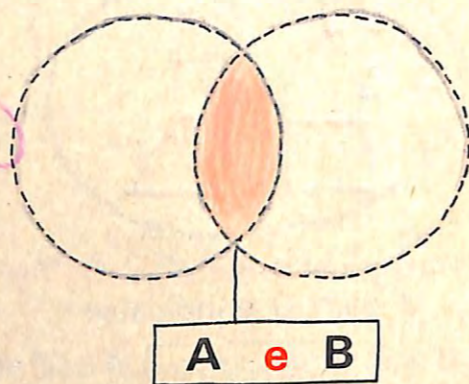
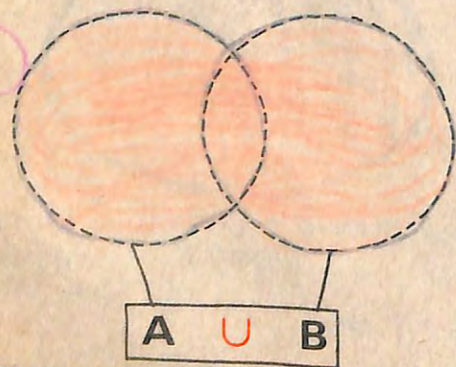
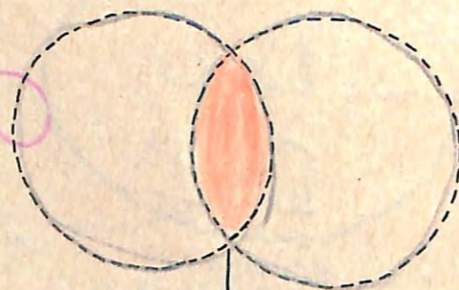
Reunião — ∪

Intersecção — ∩

Nos diagramas seguintes cubra os pontilhados apenas nas partes que vão marcar bem o que se pede. Depois pinte essa parte.

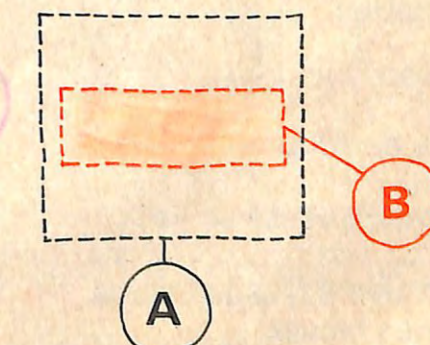
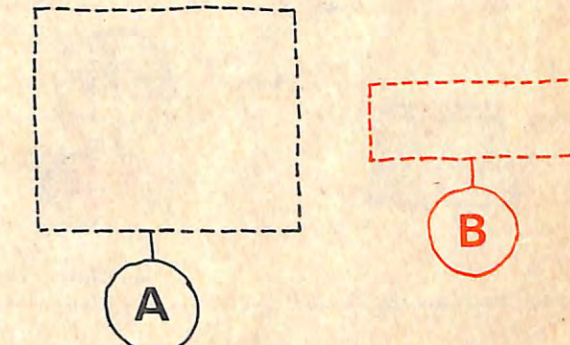
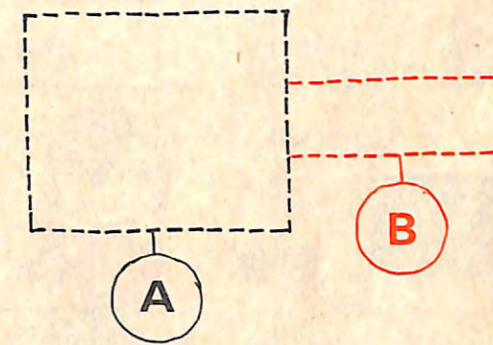
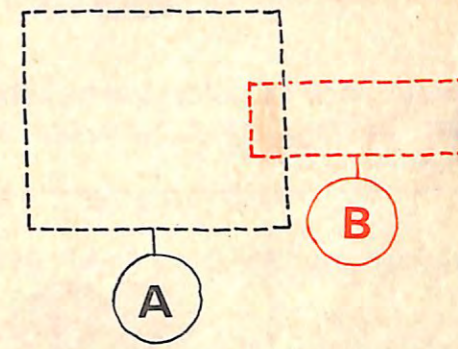
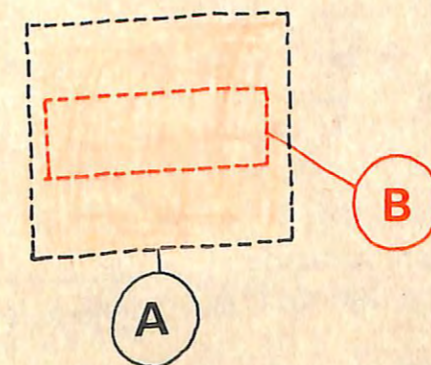
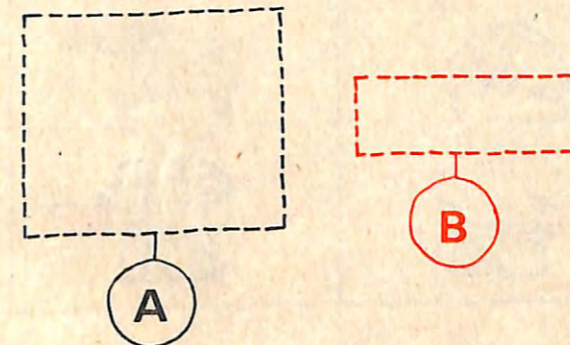
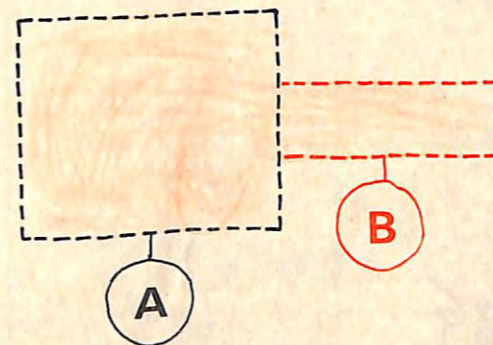
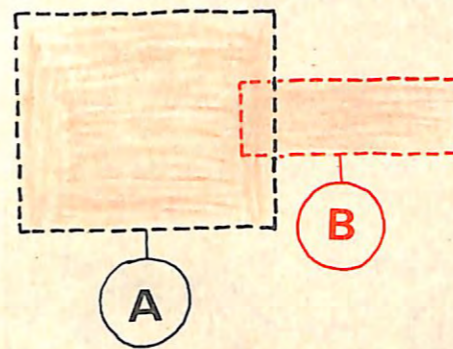
a)

b)

c)

d)

Operações com Conjuntos. A união e a intersecção feita em diagramas de Venn. Como regiões do plano (A ou B) são ... rém pertencem ao universo dos conhecimentos dos alunos, o reforço deste trabalho que aqui é f... emitidos.

Nos diagramas seguintes cubra os pontilhados de reunião de **A** e **B** e pinte essa **reunião**.

Nos diagramas seguintes cubra os pontilhados da intersecção de **A** e **B** e pinte essa **intersecção**.

Operações com Conjuntos. A reunião de A com B e a intersecção de A com B em todos os casos possíveis. Repita com figuras seme-

Operações com Conjuntos — Produto Cartesiano

Tiago tem estas calças { , } = C

e estas camisas = B

Complete você os coloridos na tabela seguinte e verá de quantos modos Tiago pode vestir-se

Número de calças 2

Número de camisas 3

Combinações de roupas 6

2×3=6
2l × 3c = 6

Tiago poderá vestir-se de 6....

Você obteve o que se chama **produto cartesiano** do conjunto **C** das calças pelo conjunto **B** das blusas.

Produto Cartesiano. Dados dois conjuntos C e B, como aqui, com elementos simples, o produto cartesiano é um conjunto formado *por pares numa certa ordem*: (calça branca, blusa branca); (calça branca, blusa preta) e assim por diante. O número de elementos do produto cartesiano é sempre o produto aritmético do cardinal de C pelo cardinal de B.

Pedro está construindo barquinhos de madeira com velas e pano e tem os seguintes elementos:

B = { preto, cinza, vermelho } três barcos; um preto, um cinza e um vermelho.

V = { branca, cinza, preta, rosa, vermelho } cinco velas; branca, cinza, preta, rosa, vermelha.

Para descobrir quantos barcos poderá formar, você pode completar a tabela que segue

Número de barcos 3

Número de velas 5

Combinações possíveis 15

3×5=15
3l × 5c = 15

Você obteve o **produto cartesiano** do conjunto **B** dos barcos pelo conjunto **V** das velas.

Produto Cartesiano. A tabela fornece os elementos do produto cartesiano (B por V ou B × V) que são: (barco preto, vela branca); (barco preto, vela cinza) e assim por diante. Como B tem 3 elementos e V tem 5 elementos, o produto cartesiano terá 15 elementos.

Se você dispõe destas figuras { △ , □ , ○ } = **F**

e também destas cores { , , , } = **C**

Quantos são as figuras coloridas que você pode obter?

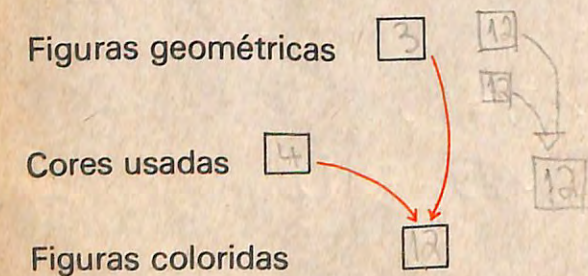
Complete a tabela seguinte e descubra

△				
□				
○				

Você obteve:

Figuras geométricas

Cores usadas

Figuras coloridas

O conjunto obtido chama-se **produto cartesiano** do conjunto **F** das figuras geo-métricas pelo conjunto **C** das cores.

Para ensaiar uma quadrilha dispunha-se dos seguintes conjuntos de rapazes e meninas:

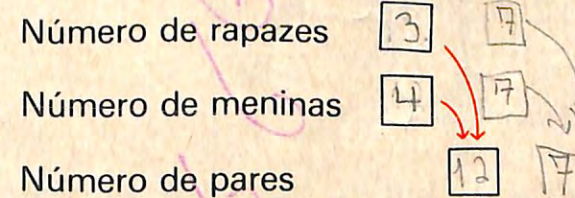
R = { Aldo , Beto , Caco } e **M** = { Sandra , Lisa , Carla , Maria }

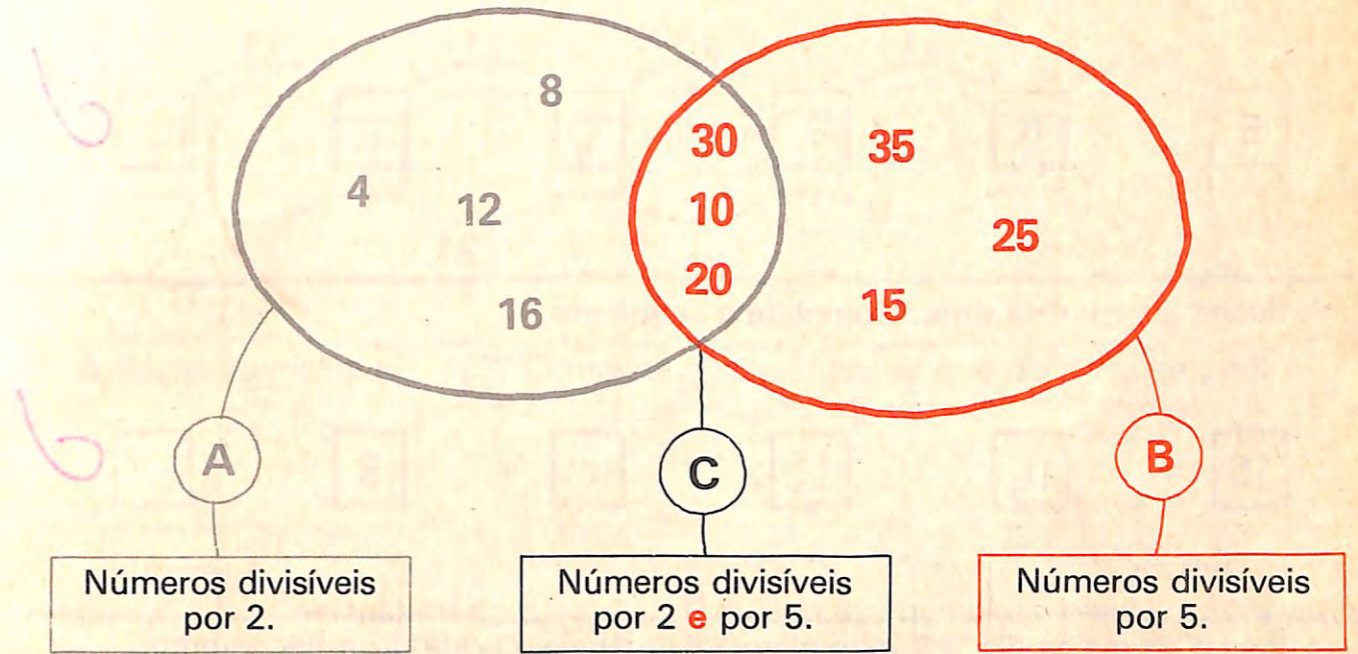
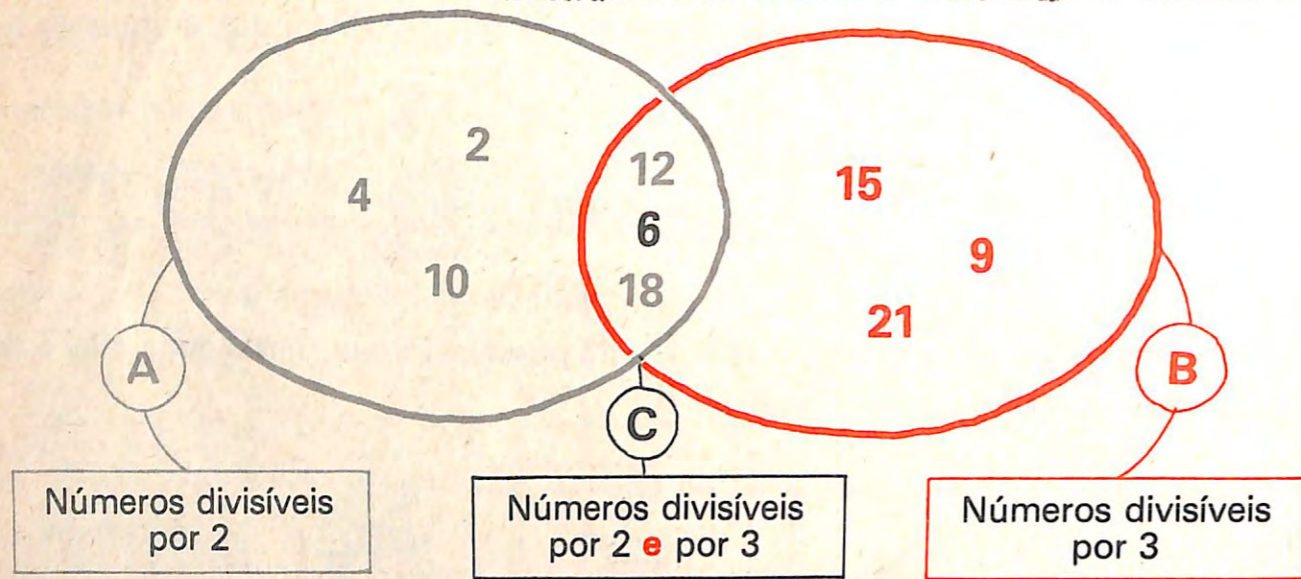
Para saber quantos pares e quais pares será possível formar, basta completar a tabela; (coloque os rapazes em 1º lugar).

	Sandra	Lisa	Carla	Maria
Aldo				
Beto				
Caco				

Número de rapazes

Número de meninas

Número de pares

Os pares obtidos formam o **produto cartesiano** do conjunto **R** dos rapazes pelo conjunto **M** das meninas.

Conjuntos — Exercícios de Revisão

Você sabe que:

Quando se relaciona elemento e conjunto usa-se $\in$ (pertinência)

Quando se relaciona conjunto e conjunto usa-se $\subset$ ou $\supset$ (inclusão)

Veja

a) $4 \in A$ b) $21 \in B$

c) $10 \notin B$ d) $21 \notin A$

a) $\{6, 12, 18\} \subset C$

b) $\{15, 9, 21\} \subset B$

1. Complete usando os sinais $\in$ ou $\notin$

a) 2 ...... A f) 18 ...... A

b) 4 ...... B g) 18 ...... B

c) 6 ...... A h) 18 C

d) 6 ...... B i) 15 ...... A

e) 12 ...... C j) 15 C

Complete usando os sinais $\subset$ ou $\not\subset$

a) $\{2, 4, 10\}$ .... A

b) $\{2, 4, 10\}$ .... B

c) $\{12, 6\}$ .... A

d) $\{12, 6, 18\}$ .... B

e) $\{6, 9, 15, 21\}$ .... B

Revisão. Até a 3ª série o aluno lidou com $\in$, $\cup$ e $\cup$. Aqui faz-se uma revisão que deverá ser precedida por uma exposição do professor para aqueles que não aprenderam ou já esqueceram tais questões.

1. Utilize os sinais $\in$ (pertence a) ou $\subset$ (está contido) ou $\supset$ (contém) e complete os exercícios

a) 12 .... A

b) $\{4, 12, 16\}$ .... A

c) 35 .... B

d) 15 .... B

e) $\{16, 20, 30\}$ .... A

f) B ...... $\{10, 25, 30\}$

g) $\{10, 20, 30\}$ .... A

l) B ...... $\{10, 20, 30\}$

i) 10 C

j) $\{10, 15, 30\}$ .... B

l) A ...... $\{4, 12, 20\}$

m) 4 .... A

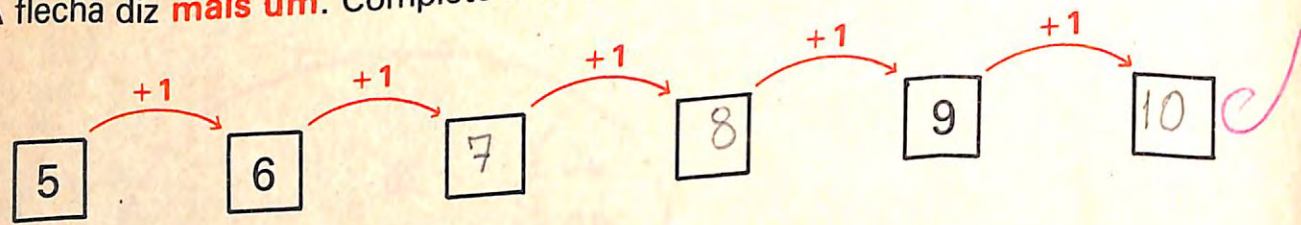
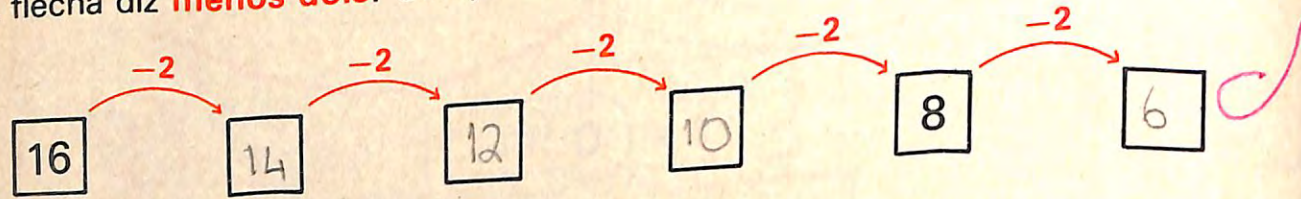
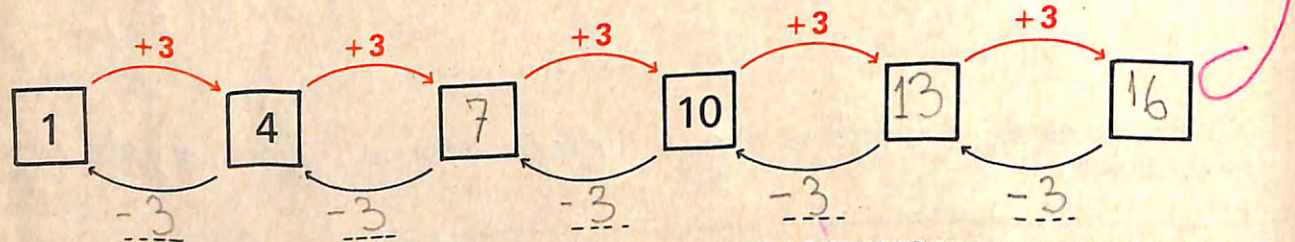
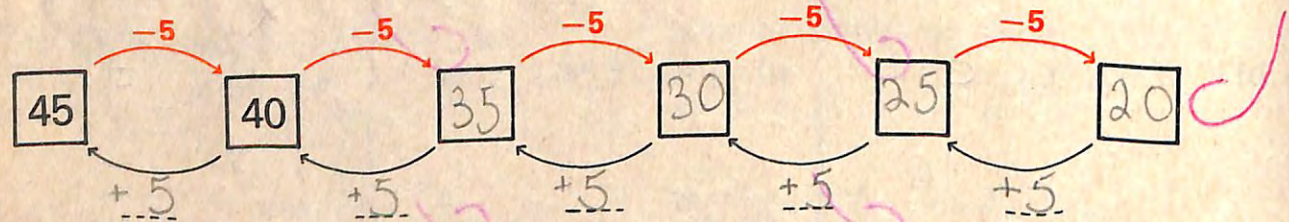
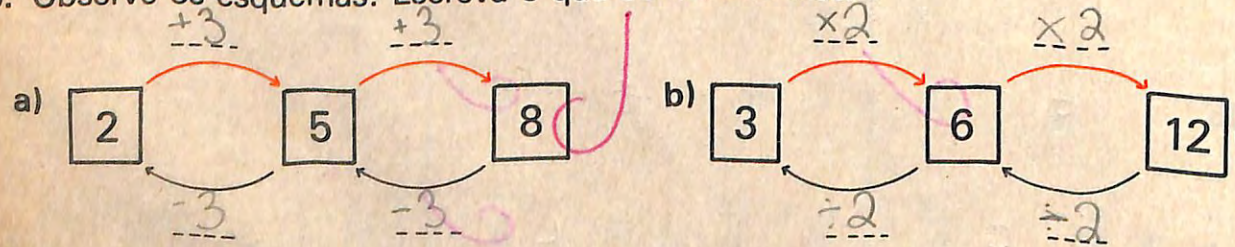
n) $\{15, 25, 35\}$ .... B

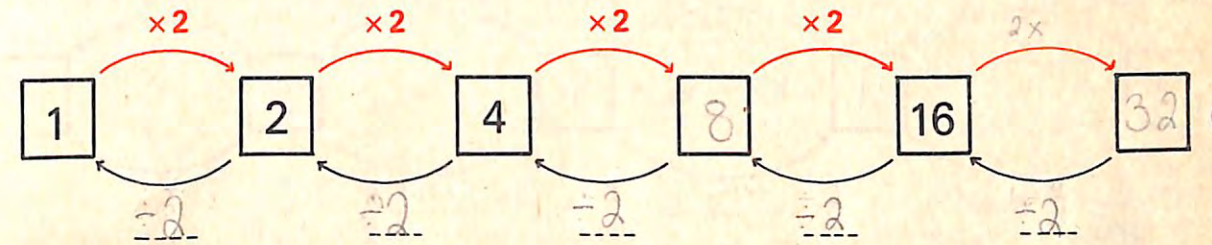
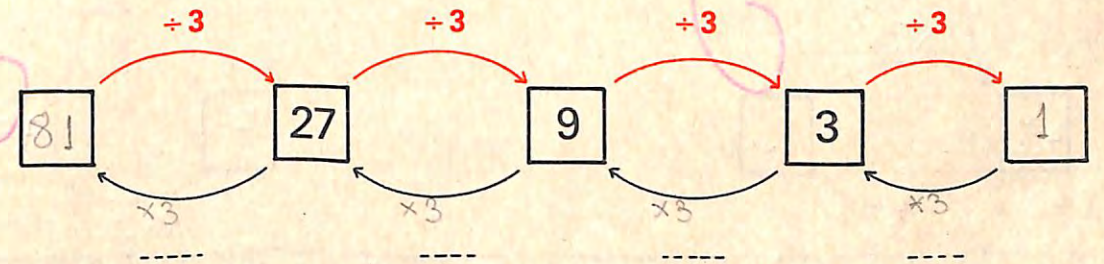
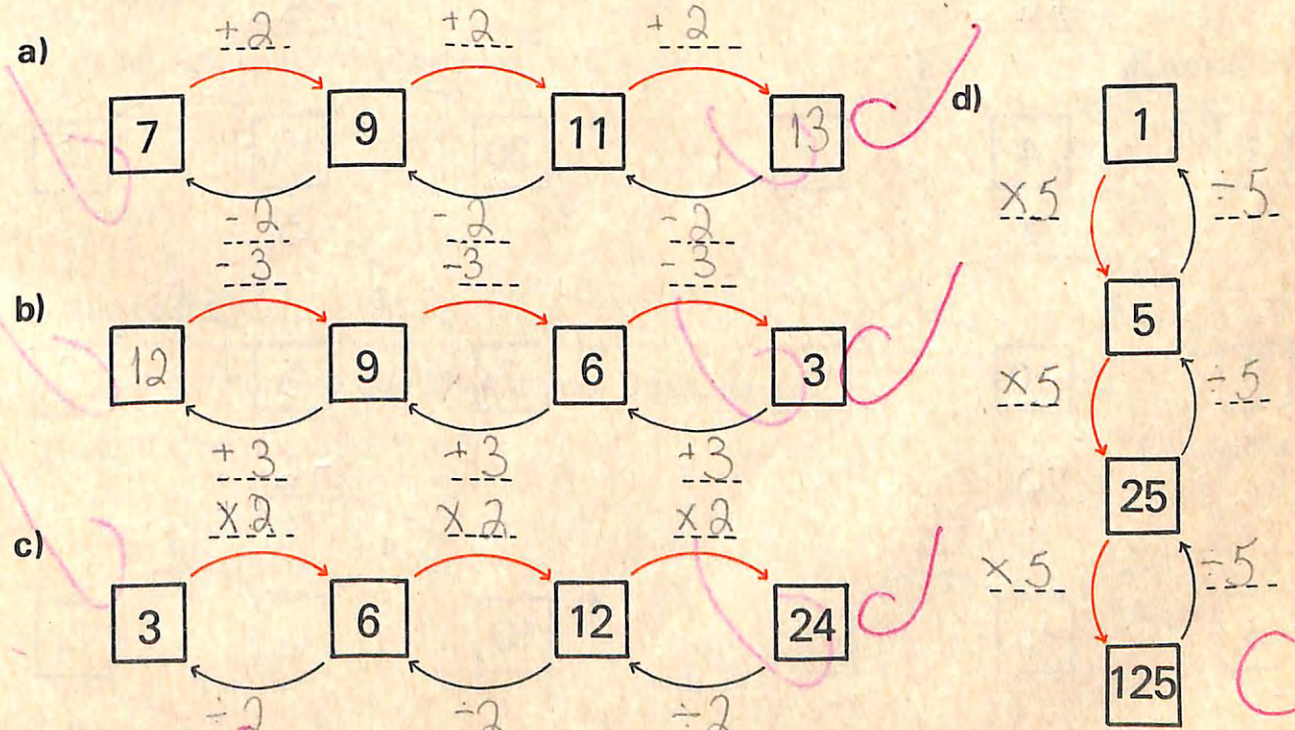
o) 20 .... A

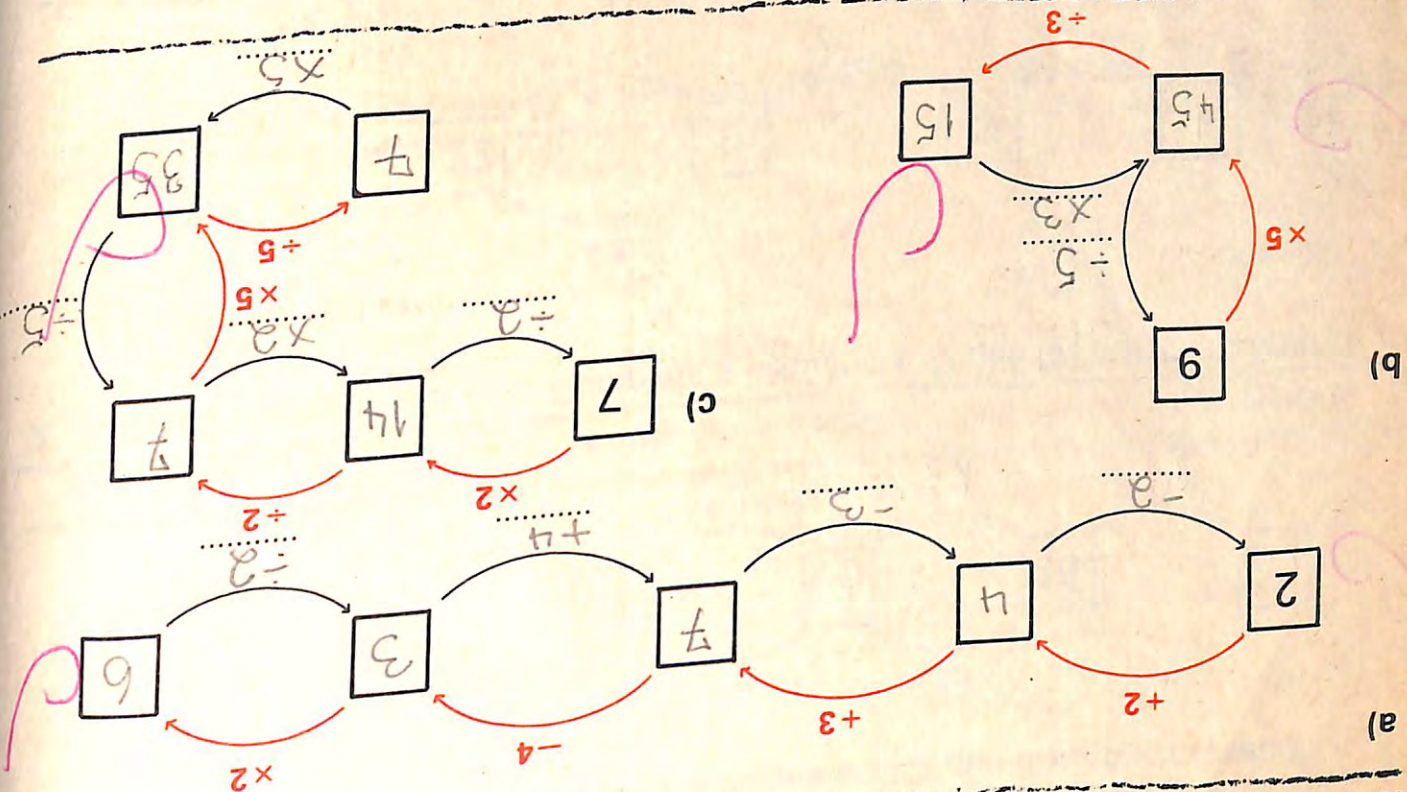
p) A ...... $\{8, 10, 12\}$

Revisão.

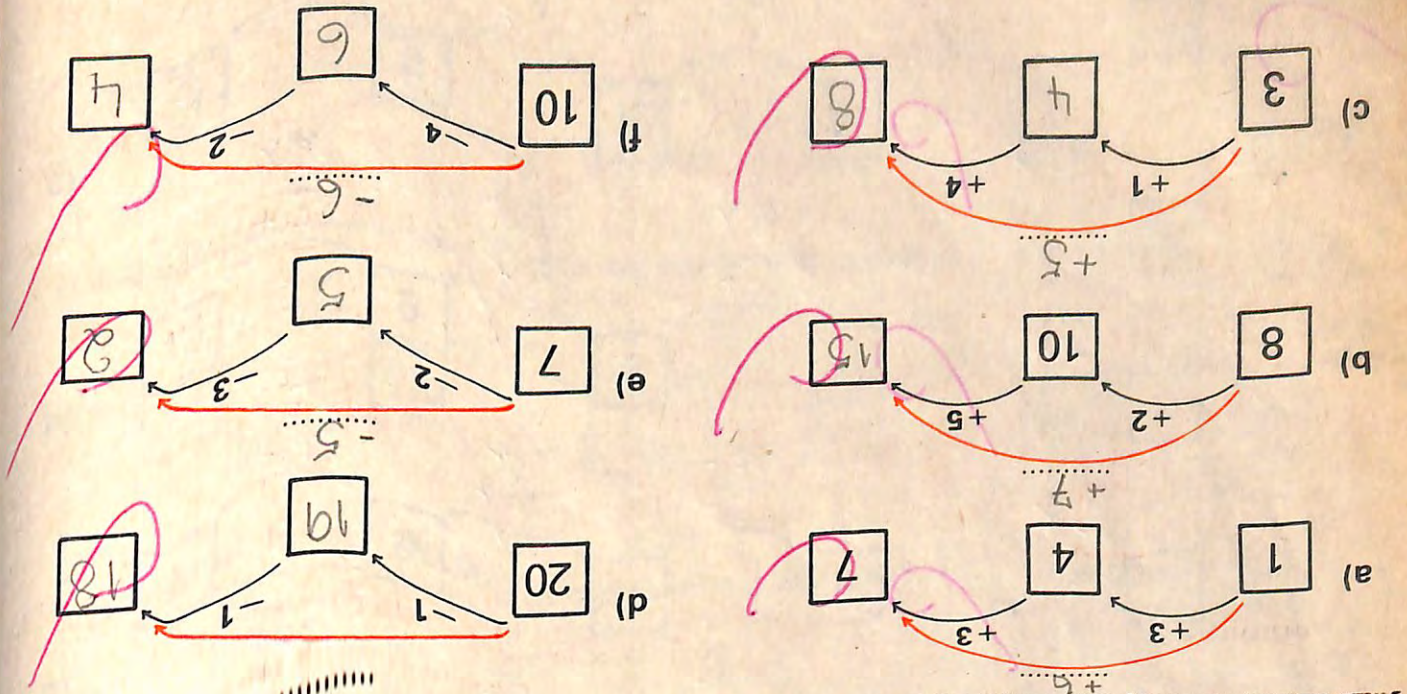
Operações e Problemas — Revisão

1. A flecha diz **mais um**. Complete a sequência.

2. A flecha diz **menos dois**. Complete a sequência.

3. A flecha vermelha diz **+ 3**. complete a sequência. O que diz a flecha preta?

4. A flecha vermelha diz **— 5**. Complete a sequência. O que diz a flecha preta?

5. Observe os esquemas. Escreva o que as flechas dizem.

Operadores e operações. Revisão de operações simples. Descobrir o operador e reconhecer que a adição e a subtração são operações inversas, como também são inversas a multiplicação e a divisão.

1. A flecha vermelha diz **× 2**. Complete a sequência. O que diz a flecha preta?

2. A flecha vermelha diz **÷ 3**. Complete a sequência. O que diz a flecha preta?

3. Observe os esquemas. Escreva o que as flechas dizem e complete

Operadores e operações. Descobrir operadores e reconhecer uma operação e sua inversa. Preparação aos problemas.

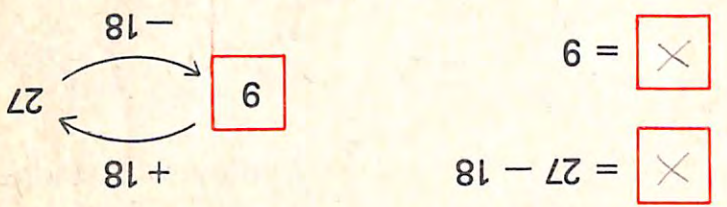
1. Observe o que as flechas dizem e complete

2. O que dizem as flechas vermelhas? Complete

Operações e composição de operações. 1. Operações e suas inversas. 2. Composição de operações de mesma natureza. Preparação do cálculo mental e dos problemas.

Problemas — As Operações e suas inversas

1. A soma de dois números é 27. Um deles é 18. Qual é o outro?

Sentença matemática: número procurado + 18 = 27

☒ = 27 − 18

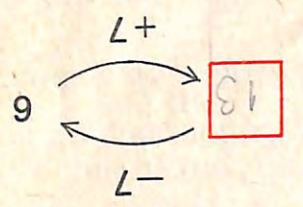
☒ = 9

Esquema: 9 → +18 → 27; 27 → −18 → 9

Resposta: O número é 9.

2. Se eu der 7 lápis a Luís, ficarei com 6. Quantos lápis eu tenho?

S.M.: lápis que tenho − 7 = 6

☒ = 6 + 7

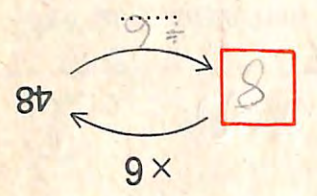
☒ = 13

Esquema: 13 → −7 → 6; 6 → +7 → 13

Resposta: Eu tenho 13 lápis.

3. Comprei cartelas com 6 botões cada uma. Quantas cartelas eu comprei, se eram 48 botões ao todo?

S.M.: número de cartelas × 6 = 48

☒ = 48 ÷ 6

☒ = 8

Esquema: 8 → ×6 → 48; 48 → ÷6 → 8

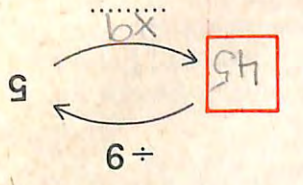
Resposta: Eu comprei 8 cartelas

4. Qual é o número que dividido por 9 resulta 5?

S.M.: número ÷ 9 = 5

☒ = 9 × 5

☒ = 45

Esquema: 45 → ÷9 → 5; 5 → ×9 → 45

Resposta: O número é 45

Problemas. Se 9 + 18 = 27, então isso equivale a 9 = 27 − 18 ou 18 = 27 − 9 o que decorre de se entender que a subtração é inversa da adição. Do mesmo modo se 8 × 6 = 48, então 48 ÷ 6 = 8 ou 48 ÷ 8 = 6.

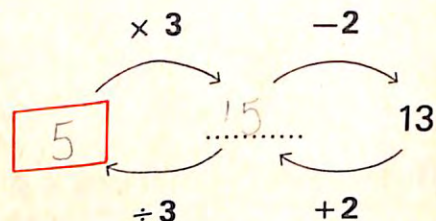
5. Qual o número cujo triplo, menos duas unidades é igual a 13?

número: ☒

triplo do número: ☐ × 3

S.M.: ☒ × 3 – 2 = 13

☒ × 3 = 13 + 2 = 15

☒ = 15 ÷ 3 = 5

Resposta: O número é 5

Esquema

6. O dobro da medida de um quarteirão, menos 40 metros, é igual a 200. Qual a medida do quarteirão?

medida do quarteirão: ☒

dobro da medida: ☒ × 2

S.M.: ☒ × 2 – 40 = 200

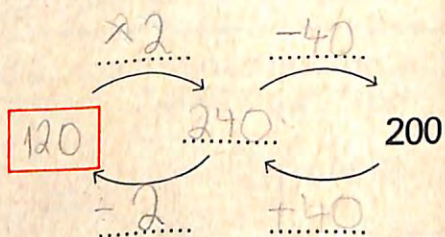
☒ × 2 = 200 + 40 = 240

☒ = 240 ÷ 2 = 120

Resposta: a medida é 120

Esquema

×2 –40

120 240 200

÷2 +40

Resolva os problemas no seu caderno

1. O dobro da quantia que Jair possui mais Cr$ 150,00 é igual a Cr$ 750,00. Quanto ele possui?

2. Artur comprou maçãs que foram colocadas em 3 fruteiras. Coube 7 maçãs em cada uma. Quantas maçãs Artur comprou?

3. Fernando ganhou o triplo de bolinhas de gude que Marcelo ganhou. Juntando com as 5 bolinhas que possuía, Fernando ficou com 20 bolinhas. Quantas bolas de gude ganhou Marcelo?

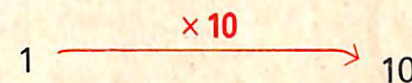
4. Numa multiplicação, um dos fatores é 10 e o produto é 120. Qual é o outro fator?

Problemas. A relação entre uma operação e sua inversa resolve os problemas; os esquemas operatórios mostram como isso ocorre.

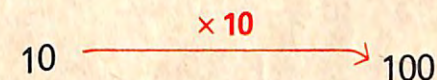
Os Milhares

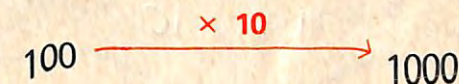
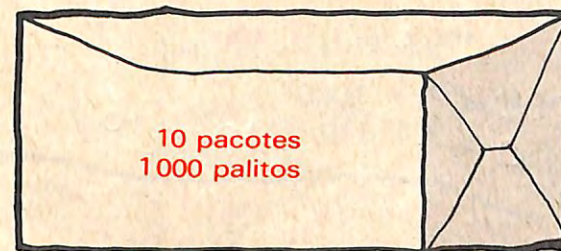
10 palitos formam **1 caixa**

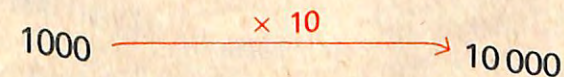
10 palitos

10 unidades formam uma **dezena**

10 caixas formam **1 pacote**

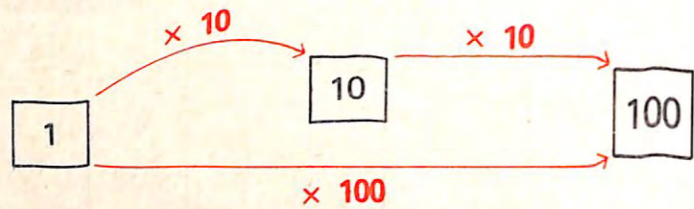
10 caixas ou 100 palitos

10 dezenas formam uma **centena**

10 pacotes formam **1 caixote**

10 centenas formam uma **unidade de milhar**

10 caixotes terão 10 000 palitos

10 unidades de milhar formam uma **dezena de milhar**

Os milhares. A unidade de milhar obtida por um processo de indução e recorrência: $1 \times 10 = 10 \Rightarrow 10 \times 10 = 100 \Rightarrow 100 \times 10 = 1000$.

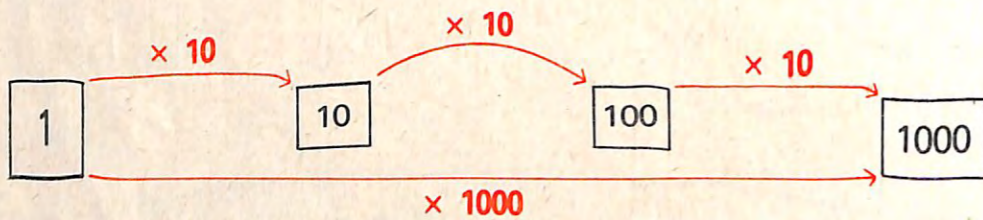
Observe os esquemas e complete

1.

100 = 1 × 10 × 10

a) 300 = 3 × 100
300 = 3 × (10 × ..10..)

100 = 1 × 100

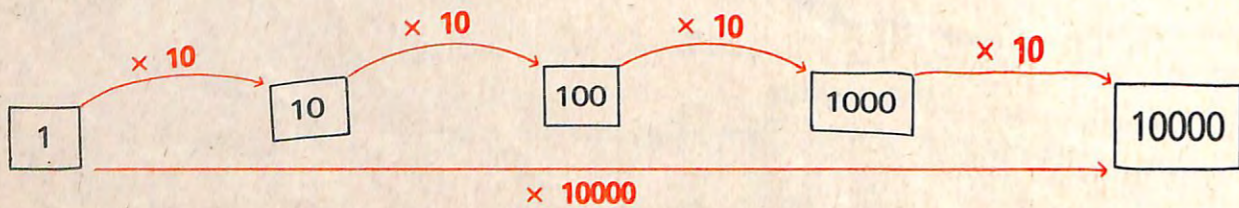
b) 500 = 5 × ..100..
500 = 5 × (..10.. × ..10..)

2.

1000 = 1 × 10 × 10 × 10

a) 8 000 = 8 × 1000
8 000 = 8 × (..10.. × ..10.. × 10)

1000 = 1 × 1000

b) ..7000.. = 7 × 1000
..7000.. = 7 × (10 × ..10.. × ..10..)

3.

10000 = 1 × 10 × 10 × 10 × 10

a) 20 000 = 2 × ..10000..
20 000 = 2 × (..10 × ..10.. × ..10.. × ..10..)

10 000 = 1 × 10 000

b) ..40000.. = 4 × 10 000
..40000.. = ..4.. × (10 × 10 × 10 × 10)

As unidades de milhar. A composição de operações de mesma ordem (multiplicação) conduz às unidades de milhar.

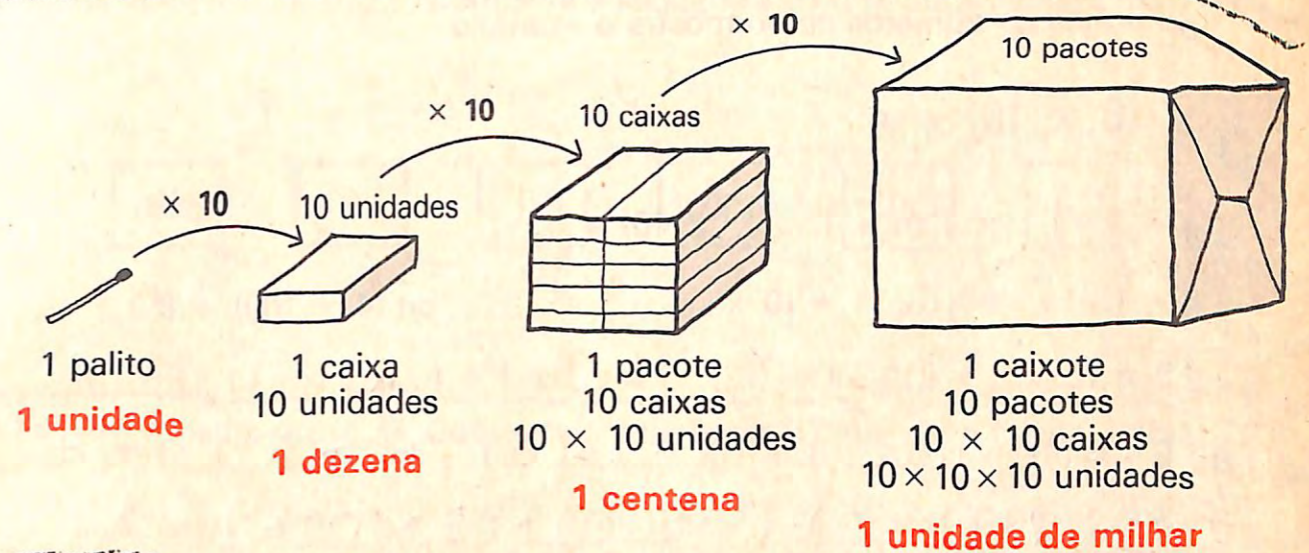
Dezena de Milhar

Veja

1 palito
1 unidade

1 caixa
10 unidades
1 dezena

1 pacote
10 caixas
10 × 10 unidades
1 centena

1 caixote
10 pacotes
10 × 10 caixas
10 × 10 × 10 unidades
1 unidade de milhar

1. Complete

a) d u
2 8 palitos = 2 caixas e 8 palitos
ou 2 × 10 + 8 =
= 20 + 8 = 28

b) c d u
1 3 4 palitos = 1 pacote, ..3.. caixas e ..4.. palitos
ou 1 × 10 × 10 + ..3.. × 10 + ..4.. =
= 100 + ..30.. + ..4.. = ..134..

c) u.m c d u
1 2 8 5 palitos = ..1.. caixote, ..2.. pacotes, ..8.. caixas e ..5.. palitos
ou 1 × 10 × 10 × 10 + ..200.. + ..80.. + ..5.. = ..1285..
= ..1000.. + ..200.. + ..80.. + ..5.. = ..1285..

d) d.m u.m c d u
1 0 0 0 0 palitos = 10 caixotes = ..10.000..
= 1 × 10 × 10 × 10 × 10 = ..10.000..
= 10 000 unidades
ou **uma dezena de milhar**.

Dezena de milhar. Técnicas operatórias baseadas na observação do concreto envolvendo unidades de milhar e por indução dezenas de milhar.

1. Decomponha os números como mostra o exemplo

$$84 = (8 \times 10) + 4$$

a) 1 2 3 = (...1... × 100) + (...2... × 10) + ...3...

b) 4 0 8 = (...4... × ...100...) + (0 × ...10...) + ...8... ou (4 × 100) + 8

c) 1 5 2 8 = (...1... × ...1000...) + (...5... × ...100...) + (...2... × ...10...) + ...8...

d) 1 8 1 0 4 = (...1 × 10000...) + (...8 × 1000...) + (...1 × 100...) + ...4...

e) 2 0 5 7 1 = ...(2 × 10000) + (5 × 100) + (7 × 10) + 1...

f) 4 8 0 0 0 = ...(4 × 10000) + (8 × 1000)...

g) 3 0 4 0 0 0 = ...(3 × 100000) + (4 × 1000)...

2. Faça como o exemplo mostra

d.m u.m c d u
4 8 1 7 3 = 4 d.m, 8 u.m, 1 c, 7 d e 3 u

a) 1 6 0 0 = ...1 um... e ...6 c...

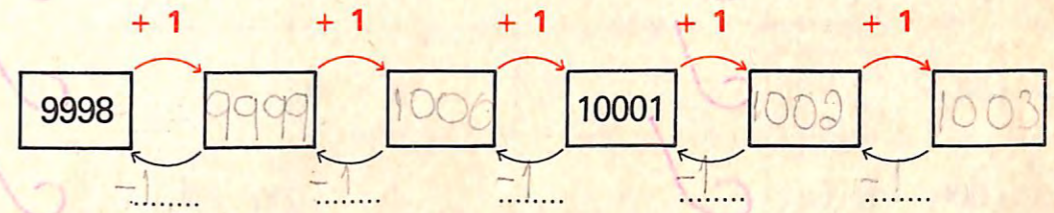
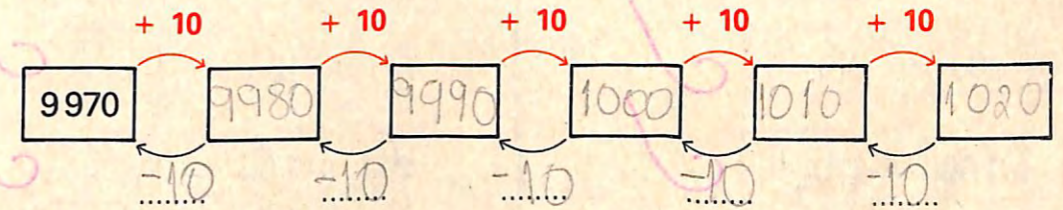
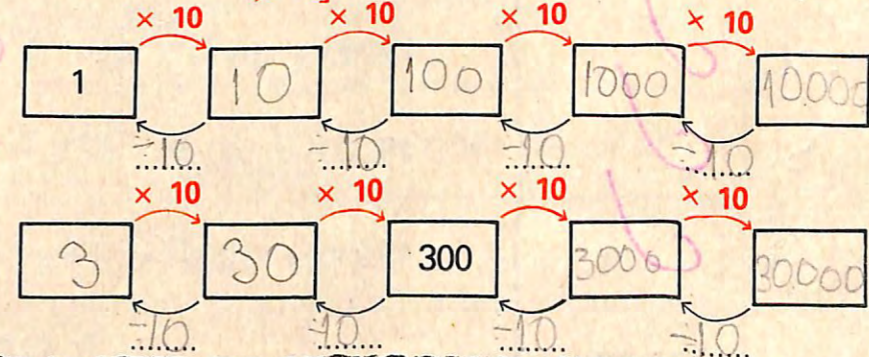
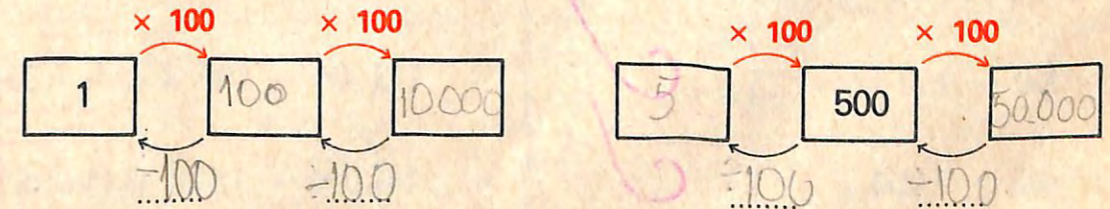
b) 8 5 3 2 = ...8 um..., ...5 c..., ...3 d... e ...2 u...

c) 7 3 0 4 2 = ...7 dm..., ...3 um..., ...4 d... e ...2 u...

d) 9 0 0 0 1 = ...9 dm... e ...1 u...

e) 2 3 4 9 2 = ...2 dm..., ...3 um..., ...4 c..., ...9 d... e ...2 u...

As unidades de milhar. Decomposição de um número em suas unidades. O aluno deverá reconhecer as diferentes unidades do sistema decimal e ler em voz alta os números pelas suas unidades. (8435 = 8 milhares, 4 centenas, 3 dezenas e 5 unidades simples).

a) A flecha vermelha diz + 1 Complete a sequência. O que diz a flecha preta?

b) A flecha vermelha diz + 10 Complete a sequência. O que diz a flecha preta?

c) A flecha vermelha diz × 10 Complete as sequências. O que diz a flecha preta?

d) A flecha vermelha diz × 100 Complete as sequências. o que diz a flecha preta?

As unidades de milhar. A operação de adição, sua inversa e a multiplicação e sua inversa aplicadas às unidades de milhar, para cálculo escrito e principalmente oral.

Efetue

a)

35 × 10 = 350

35 × 100 = 3.500

35 × 1 000 = 35.000

b)

4 × 10 = 40

4 × 100 = 400

4 × 1 000 = 4.000

c)

493 × 10 = 4.930

493 × 100 = 49.300

493 × 1 000 = 493.000

d)

911 × 10 = 9.110

911 × 100 = 91.100

911 × 1 000 = 911.000

e)

8 000 ÷ 10 = 800

8 000 ÷ 100 = 80

8 000 ÷ 1 000 = 8

f)

19 000 ÷ 10 = 1.900

19 000 ÷ 100 = 190

19 000 ÷ 1 000 = 19

g)

815 000 ÷ 10 = 81.500

815 000 ÷ 100 = 8.150

815 000 ÷ 1 000 = 815

h)

143 000 ÷ 10 = 14.300

143 000 ÷ 100 = 1.430

143 000 ÷ 1 000 = 143

Operações com unidades de milhar. A multiplicação por 10, 100 ou 1000, etc. e a divisão por 10, 100 ou 1000, etc. agora apenas como técnicas operatórias.

Observe e complete a tabela abaixo

328 → o **8** ocupa a **posição** das unidades e o seu **valor** é **8**.

424 → o **2** ocupa a **posição** das dezenas e o seu **valor** é **2 × 10 = 20**

	Posição	Valor
7382	centenas	3 × 100 = 300
8521	unidades de milhar	8 × 1000 = 8000
7465	unidades de unidades	5 × 1 = 5
12593	unidades de milhar	2 × 1000 = 2000
728424	centena de milhar	7 × 100000 = 700000
354910	dezenas de milhar	5 × 10000 = 5000
32841	unidades de unidades	1 × 1 = 1
9428	centenas de unidades	4 × 100 = 400
83125	unidades de milhar	3 × 1000 = 3000
27000	unidades de milhar	7 × 1000 = 7000

Valor de lugar de um algarismo. Exercícios que identificam a posição de um algarismo em um número e o seu *valor de lugar* no sistema decimal.

Ordens e Classes

No número 1 2 8 3 4 5 , temos duas classes;

128 — classe dos milhares
354 — classe das unidades

Cada classe possui três **ordens:**	**das unidades** **das dezenas** **e das centenas**

c d u	c d u
128	354
classe dos milhares	classe das unidades

Na **classe das unidades:**

o algarismo **4** ocupa a **ordem das unidades**

o algarismo **5** ocupa a **ordem das dezenas**

o algarismo **3** ocupa a **ordem das centenas**

Na **classe dos milhares:**

o algarismo **8** ocupa a **ordem das unidades (de milhar)**

o algarismo **2** ocupa a **ordem das dezenas (de milhar)**

o algarismo **1** ocupa a **ordem das centenas (de milhar)**

Ordens e classes. Costuma-se dizer: "*a casa* das unidades" ou "*a casa* dos milhares"; não há mal nisso, embora trate-se da *ordem* das unidades ou da *ordem* dos milhares.

Complete

1.

No número

c d u	c d u
5 7 6	3 2 4
classe dos milhares	classe das unidades

a) Quantas classes há? ....2....

b) Quantas ordens há? ....6....

c) Qual algarismo ocupa a ordem das unidades da classe dos milhares? ....6....

d) Qual algarismo ocupa a ordem das dezenas da classe das unidades? ....2....

e) A que ordem e a que classe pertence o algarismo 7? ....d 5, c milhares....

2.

No número

u	c d u	c d u
1	7 2 8	3 5 4
classe dos milhões	classe dos milhares	classe das unidades

a) Quantas classes há? ....3....

b) Quantas ordens há? ....7....

d) O algarismo 1 pertence à ordem das ....unidades.... da classe dos ....milhões....

3.

	Quantas **classes**?	Quantas **ordens?**
12	1 classe	2 ordens
1 845	2 " s	4 "
112 290	2 " s	6 "
789 104	2 " s	6 "
21 385 680	3 " s	8 "

Ordens e classes. Exercícios escritos e também próprios para técnicas orais envolvendo classes e ordens.

Coloque na tabela os números

a) 3 865 b) 28 407 c) 28 407 d) 1 580 291 e) 73 803 962 f) 408 747 000

4ª classe Bilhões			3ª classe Milhões			2ª classe Milhares			1ª classe Unidades		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
								3	8	6	5
							2	8	4	0	7
							2	8	4	0	7
					1	5	8	0	2	9	1
				7	3	8	0	3	9	6	2
			4	0	8	7	4	7	0	0	0

Ordens e classes. Nomes novos (milhões, bilhões) que serão apresentados aos alunos por um processo de recorrência. O aluno colocará os números no quadro e fará a leitura em voz alta.

A Propriedade Comutativa da Adição

1. Veja e complete

3 → 1ª parcela 12 → 2ª parcela + 24 → 3ª parcela 39 → Soma ou total	12 → 1ª parcela 24 → 2ª parcela + 3 → 3ª parcela 39 → Soma ou total

a) Nas duas adições acima, as parcelas são constituídas dos mesmos números? sim

b) A ordem das parcelas é a mesma? não

c) A soma ou total é o mesmo? é

Esta é a propriedade comutativa da adição:

Na adição, a ordem das parcelas não altera a soma

2. Efetue as adições e aplique a propriedade comutativa

a) 3 + 12 + 24 = 39 e 12 + 24 + 3 = 39

b) 5 + 19 = 24 e 19 + 5 = 24

c) 1380 + 427 = 1807 e 427 + 1380 = 1807

d) 497 + 11520 = 12017 e 11520 + 497 = 12017

e) 923 + 574 = 1497 e 574 + 923 = 1497

Comutatividade da adição. Revisão e indução da propriedade agora enunciada pela primeira vez: "A ordem das parcelas não altera a soma".

A Propriedade Associativa da Adição

1. Veja e complete

8 + 12 + 4 =	8 + 12 + 4 =
20 + 4 = 24	8 + 16 = 24

a) Na primeira adição, foram associadas a 1ª e a 2ª parcelas.

b) Na segunda adição, foram associadas a ..2ª.. e a ..3ª.. parcelas.

c) O total ou soma foi alterado? ..não..

Essa é a propriedade associativa da adição:

Ao efetuarmos uma adição, o resultado não se altera se associarmos as parcelas de modos diferentes.

2. Efetue as adições aplicando a propriedade associativa

a) (15 + 5) + 9 = 20 + 9 = 29 e 15 + (5 + 9) = 15 + 14 = 29

b) (3 + 8) + 9 = ..11.. + ..9.. = 20 e 3 + (8 + 9) = ..17.. + ..3.. = 20

c) 20 + 30 + 50 = ..50.. + ..50.. = 100 e ..20+30+50.. = ..20.. + ..80.. = 100

d) 1500 + 300 + 2 = ..1800.. + ..2.. = 1802 e ..1500+300+2.. = ... + ... = ☐

e) 8000 + 2000 + 520 = ... + ... = ☐ e .... = ... + ... = ☐

Associatividade da adição. Revisão e enunciado da propriedade associativa da adição; exercícios de aplicação.

A Propriedade Comutativa da Multiplicação

1. Veja e complete

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\ 3 \\ \hline 15 \end{array} \quad \text{fatores: } 5, 3 \rightarrow \text{produto: } 15$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times\ 5 \\ \hline 15 \end{array} \quad \text{fatores: } 3, 5 \rightarrow \text{produto: } 15$$

a) Nas duas multiplicações acima, os fatores são os mesmos? ..são..

b) A ordem dos fatores é a mesma? ..não..

c) O produto é o mesmo? ..é..

Essa é a propriedade comutativa da multiplicação:

A ordem dos fatores não altera o produto

2. Efetue as multiplicações aplicando a propriedade comutativa

a) 15 × 2 = 30 e 2 × 15 = 30

b) 2000 × 4 = 8000 e 4 × 2000 = 8000

c) 1321 × 5 = 6605 e ..5×1321.. = 6605

d) 483 × 2 = 966 e ..2×483.. = 966

e) 12 × 15 = 180 e ..15×12.. = 180

f) 143 × 26 = 3708 e ..26×143.. = 3708

Comutatividade da multiplicação. Revisão e enunciado da propriedade comutativa da multiplicação; exercícios de aplicação.

fechamento n° x n°
elemento neutro = 0 1
elemento anulado

associativa distributiva
comutativa

A Propriedade Associativa da Multiplicação

1. Veja e complete

$8 \times (2 \times 3)$

$8 \times 6 = 48$

a) Nas multiplicações acima, os fatores são os mesmos? sim

b) Na 1ª multiplicação, foram associados o 1º e o 3º fatores.

c) Na 2ª multiplicação, foram associados o 2º e o 3º ....

d) O produto é o mesmo nas duas multiplicações? sim

Essa é a propriedade associativa da multiplicação:

Ao se multiplicar dois ou mais fatores, pode-se associá-los de formas diferentes sem alterar o produto.

2. Aplique a propriedade associativa e efetue

a) $(15 \times 2) \times 3 = 30 \times 3 =$ 90 e $15 \times (2 \times 3) = 15 \times 6 =$ 90

b) $(7 \times 4) \times 8 =$ 28 × 8 = 176 e $7 \times (4 \times 8) =$ 7 × 32 = 17..

c) $(12 \times 10) \times 2 =$ 120×2 = 240 e 12×(10×2) = 12 × 20 = 240

d) $(30 \times 3) \times 5 =$ 90×5 = 450 e 30×(3×5) = 30 × 15 = 450

e) $(9 \times 12) \times 3 =$ 108×3 = 324 e 9×(12×3) = 9 × 36 = 324

Associatividade da multiplicação. Revisão e enunciado da propriedade associativa da multiplicação; exercícios de aplicação.

A Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição

1. Veja e complete

$2 \times (10 + 5) =$

$2 \times 15 =$ 30

$2 \times (10 + 5) =$

$(2 \times 10) + (2 \times 5) =$

$20 + 10 =$ 30

Temos uma multiplicação de um número (2) por uma soma (10 + 5) indicada.

a) No 1º caso, efetuou-se a adição e depois a multiplicação

b) No 2º caso, efetuou-se as multiplicações do número 2 pelas parcelas 10 e 5 e depois a adição

c) O resultado é o mesmo? é

No 2º caso, aplicou-se a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

Para multiplicarmos um número por uma soma indicada, multiplica-se o número pelas parcelas da soma e o resultado não se altera.

2. Aplique a propriedade distributiva e resolva

a) $3 \times (2 + 4) = (3 \times 2) + (3 \times 4) = 6 +$ 12 = 18

b) $15 \times (10 + 2) =$ (15 × 10) + (15 × 2) = 150 + 30 = 180

c) $18 \times (2 + 3) =$ (18 × 2) + (18 × 3) = 36 + 54 = 90

d) $7 \times (5 + 3) =$ (7 × 5) + (7 × 3) = 35 + 21 = 56

e) $20 \times (4 + 7) =$ (20 × 4) + (20 × 7) = 80 + 140 = 220

Distributividade da multiplicação em relação à adição. Revisão e apresentação da propriedade assim como o enunciado da mesma. O aluno fará os exercícios de aplicação.

Multiplicação com 3 algarismos no Multiplicador

Veja

$154 \times 243 = 154 \times (200 + 40 + 3)$

$$\begin{array}{r} 154 \\ \times \quad 3 \\ \hline 462 \end{array} \longrightarrow 154 \times 3 = 462$$

$$\begin{array}{r} 154 \\ \times \ 43 \\ \hline 462 \\ 616\ - \end{array} \longrightarrow 154 \times 40 = 6\,160$$

$$\begin{array}{r} 154 \\ \times 243 \\ \hline 462 \\ 616\ - \\ 308\ -\ - \end{array} \longrightarrow 154 \times 200 = 30\,800$$

$$\begin{array}{r} 154 \\ \times 243 \\ \hline 462 \\ 616\ - \\ +308\ -\ - \\ \hline 37422 \end{array} \longrightarrow 462 + 6160 + 30800 = 37\,422$$

Multiplicação com números de 3 algarismos. O entendimento de que 243 = 200 + 40 + 3 e da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição devem conduzir aos esquemas operatórios desta operação. Reforce este procedimento.

1. Observe

$253 \times 107 = 253 \times (100 + 7) = \underbrace{253 \times 100} + \underbrace{253 \times 7}$

$$\begin{array}{r} 253 \\ \times 107 \\ \hline 1771 \\ 000- \\ +253-- \\ \hline 27071 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 253 \\ \times 107 \\ \hline 1771 \\ +253-- \\ \hline 27071 \end{array}$$

2. Efetue as multiplicações

a)

$$\begin{array}{r} 271 \\ \times 109 \\ \hline \dots\dots \\ + \dots\dots \\ \hline \dots\dots \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 247 \\ \times 204 \\ \hline \dots\dots \\ + \dots\dots \\ \hline \dots\dots \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 273 \\ \times 120 \\ \hline \dots\dots \\ + \dots\dots \\ \hline \dots\dots \end{array}$$

3. Faça no seu caderno

a) 324×444

b) 158×493

c) 275×421

d) 179×233

e) 104×2721

f) 148×1091

g) 1527×205

h) 321×472

i) 150×397

Multiplicação e distributividade. A distributividade da multiplicação deve justificar a operação quando um dos fatores contém um ou mais zeros, como 253 × 107. Os exercícios propostos reforçam o modelo.

Divisão

$357 \div 21 = \boxed{17}$

```
  c d u
  3 5 7 |21
 -2 1    1 7
  1 4 7  d u
 -1 4 7
  0 0 0
```

ou

```
c d u
3 5 7 |21
1 4 7  1 7
    0  d u
```

1. Efetue

a) 428 | 32

b) 1094 | 28

c) 1250 | 25

d) 663 | 13

e) 1107 | 27

f) 630 | 42

g) 299 | 13

h) 775 | 25

i) 498 | 32

2. Efetue em seu caderno

a) $270 \div 15$

b) $315 \div 35$

c) $1204 \div 28$

d) $970 \div 22$

e) $648 \div 12$

f) $220 \div 11$

g) $247 \div 19$

h) $638 \div 58$

i) $1620 \div 32$

A divisão. Revisão e reforço, quando o divisor é um número de dois algarismos.

$125 \div 5 = \boxed{5}$ ($\downarrow \times 10$, $\downarrow \times 10$)
$1250 \div 50 = \boxed{5}$

$180 \div 30 = \boxed{6}$ ($\downarrow \div 10$, $\downarrow \div 10$)
$18 \div 3 = \boxed{6}$

Se multiplicarmos ou dividirmos o dividendo e o divisor por um mesmo número, o quociente da divisão não se altera.

1. Verifique o que você viu acima, efetuando as divisões

a) $25 \div 5 = \square$ ($\downarrow \times 4$, $\downarrow \times 4$)
.... ÷ .... = $\square$

b) $63 \div 21 = \square$ ($\downarrow \div 3$, $\downarrow \div 3$)
.... ÷ .... = $\square$

c) $50 \div 25 = \square$ ($\downarrow \times 2$, $\downarrow \times 2$)
.... ÷ .... = $\square$

d) $180 \div 90 = \square$ ($\downarrow \div 10$, $\downarrow \div 10$)
.... ÷ .... = $\square$

e) $16000 \div 400 = \square$ ($\downarrow \div 100$, $\downarrow \div 100$)
.... ÷ .... = $\square$

f) $100 \div 5 = \square$ ($\downarrow \times 20$, $\downarrow \times 20$)
.... ÷ .... = $\square$

2. Resolva, aplicando o que você aprendeu

a) $2100 \div 20 = \square$ ($\downarrow \div 10$, $\downarrow \div 10$)
.... ÷ .... $\square$

b) $350 \div 50 = \square$ ($\downarrow \div 10$, $\downarrow \div 10$)
.... ÷ .... $\square$

c) $1800 \div 900 = \square$ ($\downarrow \div 100$, $\downarrow \div 100$)
.... ÷ .... = $\square$

d) $3200 \div 800 = \square$ ($\downarrow \div 100$, $\downarrow \div 100$)
.... ÷ .... = $\square$

e) $62000 \div 31000 = \square$ ($\downarrow \div 1000$, $\downarrow \div 1000$)
.... ÷ .... = $\square$

f) $24000 \div 6000 = \square$ ($\downarrow \div 1000$, $\downarrow \div 1000$)
.... ÷ .... = $\square$

A divisão. Modelos e exercícios para utilizar a propriedade invariante do quociente. (Dividir o dividendo e o divisor por um mesmo número não nulo).

Exercícios

1. Efetue as operações

a) Adições

$$\begin{array}{r} 1358 \\ +\ 423 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2437 \\ +\ 12 \\ 189 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 628 \\ +\ 2390 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10\ 109 \\ +\ 23\ 588 \\ \hline \end{array}$$

b) Subtrações

$$\begin{array}{r} 3129 \\ -\ 1018 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4628 \\ -\ 3904 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10\ 000 \\ -\ 526 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 72\ 508 \\ -\ 13\ 950 \\ \hline \end{array}$$

c) Multiplicações

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 12 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 184 \\ \times\ 19 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 213 \\ \times\ 104 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 168 \\ \times\ 251 \\ \hline \end{array}$$

d) Divisões

$$780 \,\underline{|\ 2} \qquad 150 \,\underline{|\ 12} \qquad 330 \,\underline{|\ 15} \qquad 1095 \,\underline{|\ 22}$$

Exercícios de revisão e reforço.

Expressões Numéricas

Veja:

$$\underbrace{12 \times 4}_{} + 3 = \qquad 18 - \underbrace{32 \div 4}_{} =$$

$$48 + 3 = 51 \qquad 18 - 8 = 10$$

Ao resolver expressões numéricas, as multiplicações e divisões são efetuadas antes das adições e subtrações.

Resolva

a) $7 + (20 \div 4) = 7 + \ldots\ldots = \square$

b) $24 - (3 \times 5) = 24 - \ldots\ldots = \square$

c) $(14 \div 2) - (30 \div 6) = \ldots\ldots - \ldots\ldots = \square$

d) $(24 \times 3) - (56 \div 7) = \ldots\ldots - \ldots\ldots = \square$

e) $(40 \times 3) \div 6 = \ldots\ldots \div 6 = \square$

f) $(7 \times 5) + (12 \times 2) = \ldots\ldots = \square$

g) $(30 \div 6) - 2 = \ldots\ldots = \square$

h) $7 + (4 \times 7) - 8 = \ldots\ldots = \square$

i) $10 - (30 \div 5) = \ldots\ldots = \square$

j) $(14 \div 2) + (9 - 6) = \ldots\ldots = \square$

l) $18 - (32 \div 4) = \ldots\ldots = \square$

m) $(20 \times 2) - (16 \div 4) = \ldots\ldots = \square$

Expressões numéricas. Aqui começa-se a mostrar que as operações de multiplicação e divisão realizam-se em 1º lugar; após isso as adições e subtrações.

Resolve-se

1º → parênteses ( )

2º → colchetes [ ]

3º → chaves { }

Veja

{ 120 ÷ [6 × (20 ÷ 2)]} − 1 =

{ 120 ÷ [6 × 10]} − 1 =

{ 120 ÷ 60 } − 1 =

2 − 1 = 1

1. Determine o valor das expressões numéricas

a) (20 + 3) × 4 = ... × 4 = ☐

b) 85 − [100 ÷ (5 × 2)] = 85 − [100 ÷ ....] = 85 + ... = ☐

c) (14 + 12) × 3 = ... × 3 = ☐

d) [(7 + 3) × (21 + 5)] − 5 = [....... × ....] − 5 = ... − 5 = ☐

e) 80 − {15 − [24 ÷ (5 + 1)]} = 80 − {15 − [24 ÷ ....] = 80 − {15 − ....} =
= 80 − .... = ☐

f) 13 − (4 + 8) + 7 = ... = ☐

g) 7 + [(4 × 7) − 4] ÷ 6 = ... = ☐

h) 28 ÷ (15 − 8) = ... ☐

i) 70 − { 48 − [16 ÷ (5 + 3)] = ... = ☐

j) 34 ÷ {15 + [14 − (2 × 6)]} = ... = ☐

Expressões numéricas. O uso de sinais de pontuação; os exercícios estão graduados para eliminação na ordem: 1º parênteses; 2º colchetes; 3º chaves.

Problemas

1. Complete

Tenho 126 figurinhas para colocar em 3 álbuns. Cada álbum tem 14 páginas. Quantas figurinhas vou colocar em cada página?

páginas dos álbuns: 14 × 3 = ...

em cada página: 126 ÷ .... = ☐

Cálculos

14
× 3
....

126 |..........
☐

Resposta: Vou colocar ☐ figurinhas em cada página.

2. Resolva no seu caderno

1. Márcia gastou na papelaria Cr$31,30 em lápis e Cr$ 482,00 em cadernos. Quanto tinha, se ficou com uma quantia igual ao dobro do que gastou?

2. Se eu tivesse Cr$ 80,00 a mais do que tenho, poderia comprar 2 dúzias de frutas a Cr$ 35,00 a dúzia e um pé de legume por Cr$ 48,00. Quanto eu tenho?

3. Cláudia deu 8 bombons a Artur. Se tivesse dado mais 3, teria ficado com 7. Quantos bombons tinha?

4. Em uma floricultura há 3 dúzias e meia de rosas brancas e 2 dezenas e meia de rosas vermelhas. Quantas rosas vermelhas há a menos?

5. Se Eduardo tivesse 12 anos a mais, teria 39 anos. Quantos anos tem seu irmão que é 4 anos mais velho que ele?

6. Um quitandeiro comprou 15 caixas com 2 dúzias de abacates cada uma Separou esses abacates em 10 pilhas iguais. Quantos abacates colocou em cada pilha?

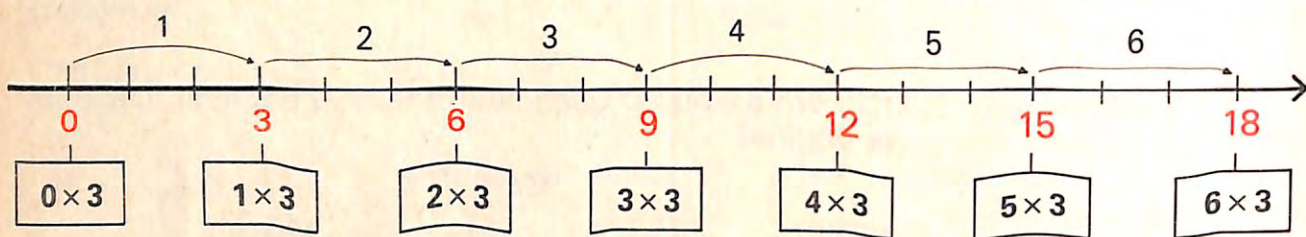
7. Celia comprou 30 dúzias de bombons para distribuir igualmente entre as 65 crianças da escola. Sobraram-lhe 35 bombons. Quantos bombons recebeu cada criança?

8. Seu José deu Cr$ 223,00 a seu filho. Se tivesse dado Cr$ 47,00 a menos, teria ficado com Cr$ 150,00 Quanto tinha?

9. Dei um nota de Cr$ 500,00 para pagar 7 metros de tecido. Recebi Cr$ 17,00 de troco. Quanto paguei por metro de tecido?

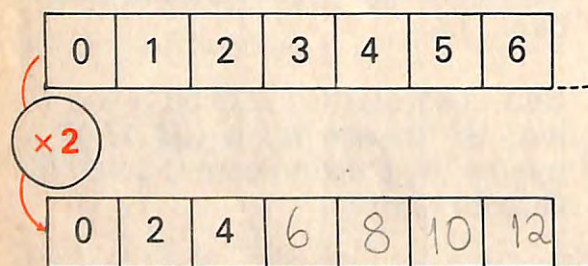
10. Um rolo tem 25m de arame. Para cercar uma fazenda, foram necessários 13 rolos, sobrando 6m. Quantos metros de arame foram usados?

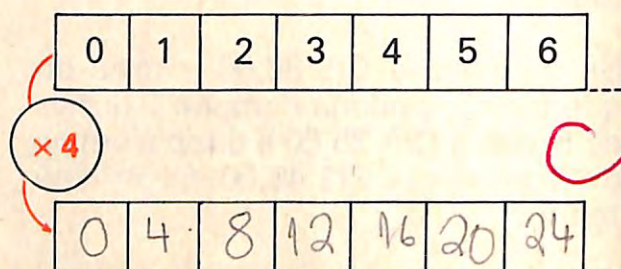
Problemas. Problemas com números naturais, envolvendo as operações fundamentais.

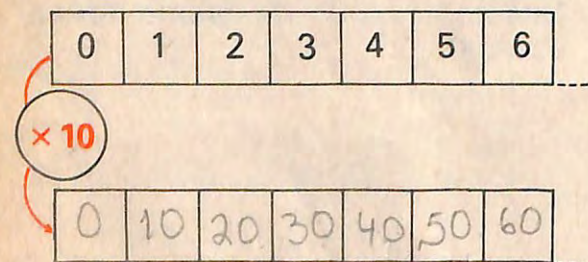
Conjuntos dos Múltiplos de um número

Os números 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18... são **múltiplos** de 3.

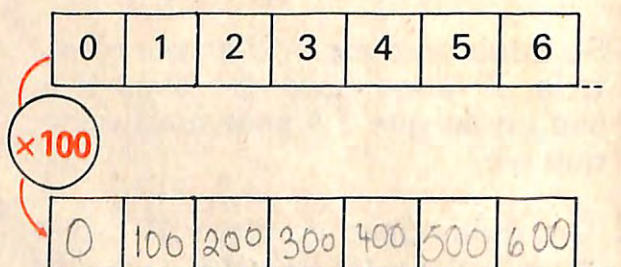
Conjunto dos **múltiplos** de 3 ou **M(3)** = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...}

1. Encontre o conjunto dos..........

a) Múltiplos de 2

M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 ....}

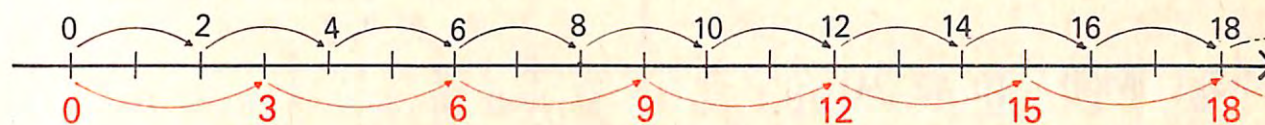
b) Múltiplos de 4

M(4) = {0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 ....}

c) Múltiplos de 10

M(10) = {0 10 20 30 40 50 60 ......}

d) Múltiplos de 100

M(100) = {0 100 200 300 400 500 600}

Múltiplos de um número. O conceito de múltiplo de um número e de conjunto dos múltiplos de um número. Observe que o zero é múltiplo de qualquer número.

Múltiplos Comuns

Veja

M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ...}

M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...}

Os números que são múltiplos de 2 **e** de 3 são: 0, 6, 12, 18, ...

Então: M(2) ∩ M(3) = { 0, 6, 12, 18, ...}

Este é o conjunto dos múltiplos comuns de 2 e de 3.

1. Encontre o conjunto dos...

a) Múltiplos comuns de 2 e de 5:
M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22...}
M(5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...}
M(2) ∩ M(5) = {0, 10, 20, ...}

b) Múltiplos comuns de 3 e de 5:
M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...}
M(5) = {0, 5, 10, 15, ...}
M(3) ∩ M(5) = {0, 15, ...}

c) Múltiplos comuns de 2 e de 4:
M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...}
M(4) = {0, 4, 8, 12, 16, 20, ...}
M(2) ∩ M(4) = {0, 4, 8, 12, 16, ...}

d) Múltiplos comuns de 3 e de 4:
M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...}
M(4) = {0, 4, 8, 12, 14, 16, 18, 20, ...}
M(3) ∩ M(4) = {0, 12, 18, ...}

Múltiplos comuns. O conceito de múltiplos comuns a vários números é necessário para o cálculo futuro do mínimo múltiplo comum.

Cálculo do m.m.c.

M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...} e **M(4)** = {0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...}

M(3) ∩ M(4) = {0, **12**, 24, ...}

↓

o número 12 é o **menor múltiplo comum** de 3 e de 4, **diferente de zero.**

Então:

m.m.c.(3,4) = 12

Calcule

a) M(2) = {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, ...}
M(3) = {0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...}
M(2) ∩ M(3) = {0, 6, 12, 18, ...}
m.m.c. (2, 3) = 6

b) M(4) = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 ...}
M(5) = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ...}
M(4) ∩ M(5) = {20, ...}
m.m.c. (4,5) = 20

c) M(5) = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ...}
M(10) = {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 ...}
M(5) ∩ M(10) = {10, 20, 30, 40 ...}
m.m.c. (5, 10) = 10

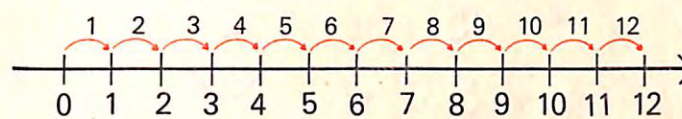
d) M(3) = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 ...}
M(7) = {7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 ...}
M(3) ∩ M(7) = {21, ...}
m.m.c. (3, 7) = 21

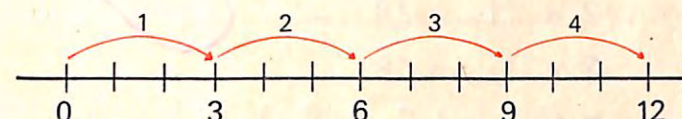
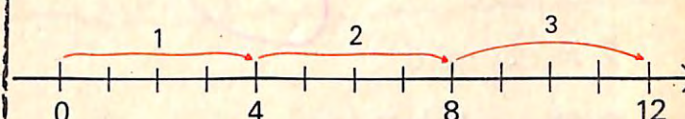
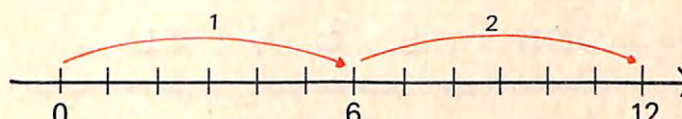
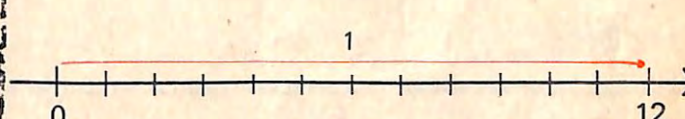
e) M(6) = {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 ...}
M(18) = {18, 36, 54, 72, 80 ...}
M(6) ∩ M(18) = {18 ...}
m.m.c. (6, 18) = 18

f) M(3) = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 ...}
M(12) = {12, 24, 36, 48, 60, 72, ...}
M(3) ∩ M(12) = {12, 24 ...}
m.m.c. (3, 12) = 12

Cálculo do m.m.c. O m.m.c. de vários números exclui sempre o zero do conjunto intersecção dos múltiplos de vários números. Observe esse fato. Caso contrário o zero seria sempre o m.m.c. de qualquer conjunto de números. Reforce estes exercícios.

Divisores de um número

Vamos encontrar os números dos quais o número 12 é múltiplo

12 × 1 = 12
Então 12 é múltiplo de 1

6 × 2 = 12
Então 12 é múltiplo de 2

4 × 3 = 12
Então 12 é múltiplo de 3

3 × 4 = 12
Logo, 12 é múltiplo de 4

2 × 6 = 12
12 é múltiplo de 6

1 × 12 = 12
12 é múltiplo de 12

O número 12 é **múltiplo** de 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

O número 12 é **divisível** por 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Então :

Os números 1, 2, 3, 4, 6 e 12 são **divisores** de 12.

Divisores de um número. Observe que se 12 é múltiplo de 6, então 6 é divisor de 12. Isso acontece sempre. Portanto vale a equivalência: *a* é múltiplo de *b* $\Longleftrightarrow$ *b* é divisor de *a*.

1. Encontre

a) Divisores de 10

1 × 10 = 10

2 × 5 = 10

D(10) = {1, 2, 5, 10}

b) Divisores de 15

1 × 15 = 15

3 × 5 = 15

D(15) = {1, 3, 5, 15}

c) Divisores de 6

1 × 6 = 6

2 × 3 = 6

D(6) = {1, 2, 3, 6}

d) Divisores de 18

1 × 18 = 18

2 × 9 = 18

3 × 6 = 18

D(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}

e) Divisores de 9

1 × 9 = 9

3 × 3 = 9

D(9) = {1, 3, 9}

f) Divisores de 21

1 × 21 = 21

3 × 7 = 21

D(21) = {1, 3, 7, 21}

g) Divisores de 3

3 × 1 = 3

D(3) = {1, 3}

h) Divisores de 5

1 × 5 = 5

D(5) = {1, 5}

i) Divisores de 7

1 × 7 = 7

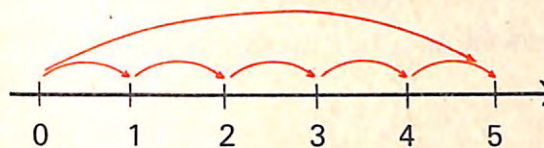
D(7) = {1, 7}

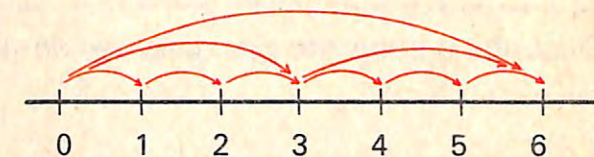
j) Divisores de 11

1 × 11 = 11

D(11) = {1, 11}

Divisores de um número. A determinação do conjunto dos divisores de um número é inicialmente experimental. Por essa razão usam-se, neste primeiro estudo, apenas números fáceis e pequenos.

Números Múltiplos e Primos

1 × 5 = 5

D(5) = {1, 5}

1 × 6 = 6   2 × 3 = 6

D(6) = [1, 2, 3, 6]

O número 5 é número primo pois é divisível apenas por si mesmo e pela unidade.

O número 6 é número múltiplo pois é divisível por outros números além do 1 e de si mesmo.

Complete

a) D(4) = {1, 2, 4}

1 × 4 = 4   2 × 2 = 4

4 é um número múltiplo.

b) D(7) = {1, 7}

1 × 7 = 7

7 é um número primo.

c) D(3) = {1, 3}

1 × 3 = 3

3 é um número primo

d) D(9) = {1, 3, 9}

1 × 9 = 9   3 × 3 = 9

9 é um número múltiplo

e) D(17) = {1, 17}

1 × 17 = 17

17 é um número primo

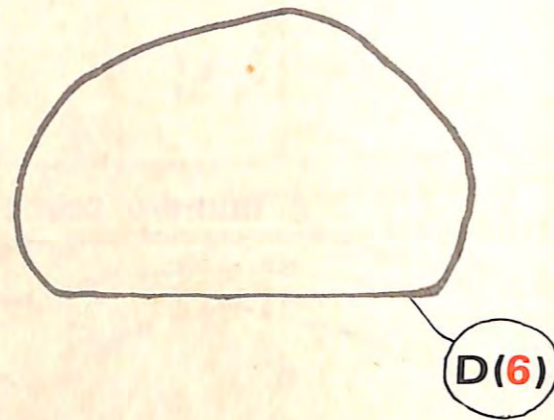
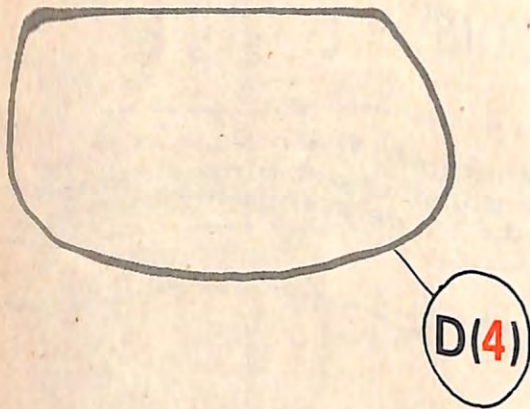
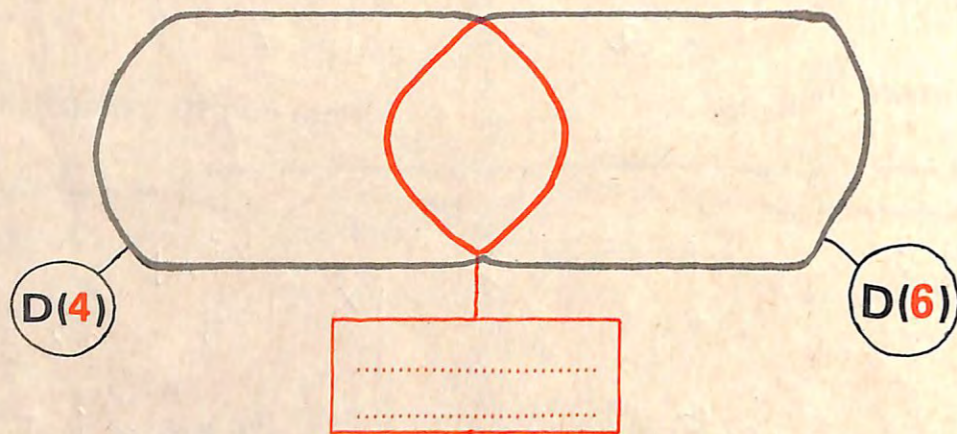
f) D(23) = {1, 23}

23 é um número primo

Números múltiplos e números primos. Os conceitos de números primos e números múltiplos através de exploração experimental. As técnicas operacionais ficam para a 5ª série.

Cálculo do m.d.c.

1\. Desenhe o conjunto dos divisores de 4

Desenhe o conjunto dos divisores de 6

2\. Complete o diagrama com os conjuntos dos divisores de 4 e divisores de 6

Coloque na etiqueta o nome da região assinalada no diagrama

3\. Complete

Os números .... e .... são os **divisores comuns** de 4 e de 6

O número .... é o **maior divisor comum** de 4 e 6

Então:

m.d.c. (4, 6) = ...

Cálculo do m.d.c. O máximo divisor comum de vários números é o maior número do conjunto intersecção dos divisores desses números. Os esquemas gráficos mostram esse fato.

1\. Encontre o m.d.c. em cada caso

a) D(4) = {1, 2, 4}

D(20) = {1, 2, 4, 5, 10, 20 }

D(4) ∩ D(20) = {1, 2, 4}

m.d.c. (4, 20) = ...

b) D(5) = {.........., ...}

D(20) = {.......................................}

D(5) ∩ D(20) = {.........., ...}

m.d.c. (5, 20) = ...

c) D(15) = {..................................}

D(20) = {.......................................}

D(15) ∩ D(20) = {.........., ...}

m.d.c. (15, 20) = ...

d) D(12) = {.......................................}

D(18) = ...}

D(12) ∩ D(18) = {..........................}

m.d.c. (12, 18) = ...

e) D(9) = {......, ..., ...}

D(21) = {.......................................}

D(9) ∩ D(21) = {.........., ...}

m.d.c. (9, 21) = ...

f) D(12) = {.......................................}

D(15) = {.......................................}

D(12) ∩ D(15) = {.........., ...}

m.d.c. (12, 15) = ...

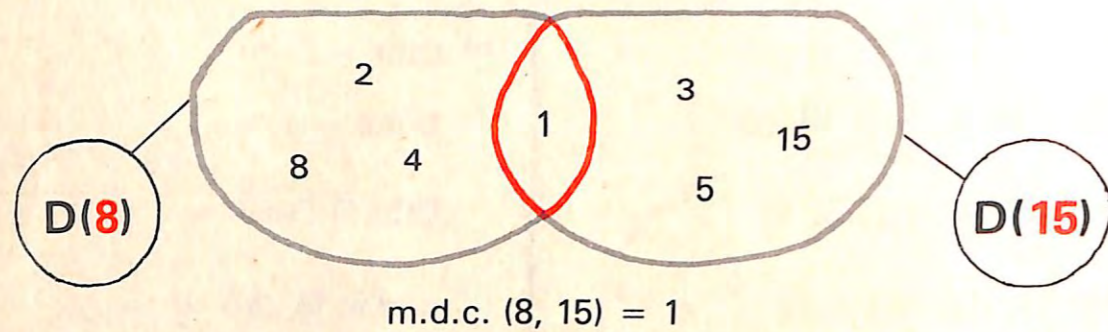
2\. Calcule em seu caderno o m.d.c. dos números

a) 20, 24
b) 12, 18, 30
c) 10, 15, 20
d) 8, 12, 16
e) 10, 20, 30
f) 18, 30, 36
g) 20, 24, 30
h) 14, 21, 28
i) 9, 27, 30
j) 8, 10, 12
l) 6, 12, 18
m) 9, 18, 27

Cálculo do m.d.c. Exercícios de cálculo do m.d.c. sempre na forma experimental. O aluno descobre os divisores de 4, os divisores de 20, realiza a intersecção desses conjuntos e escolhe o maior valor do conjunto intersecção. Os exercícios dados são acessíveis ao processo.

Números Primos entre si

Veja

m.d.c. (8, 15) = 1

Os números 8 e 15 são números primos entre si, pois o m.d.c. entre eles é a unidade.

1. Complete

a) D(6) = {1, 2, 3, 6}
D(35) = {1, 5, 7, 35}
D(6) ∩ D(35) = {1}
m.d.c. (6, 35) = ...
6 e 35 são primos entre si.

b) D(9) = {1, 3, 9}
D(12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}
D(9) ∩ D(12) = {1, 3}
m.d.c. (9, 12) = ...
9 e 12 não são primos entre si.

c) D(14) = {..}
D(15) = {..}
D(14) ∩ D(15) = {.. ......}
m.d.c. (14, 15) = ...
14 e 15 ....

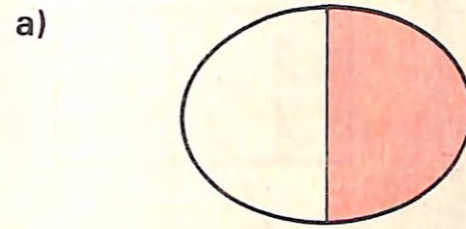
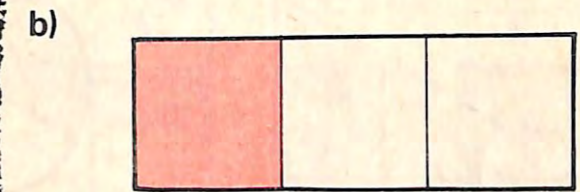
d) D(20) = {..}
D(21) = {..}
D(20) ∩ D(21) = {..........................}
m.d.c. (20, 21) = ...
20 e 21 ....

e) D(15) {..}
D(25) = {..}
D(15) ∩ D(25) = {..........................}
m.d.c. (15, 25) = ...
15 e 25 ....

f) D(4) = {..}
D(8) = {..}
D(35) = {..}
D(4) ∩ D(8) ∩ D(35) = {................}
m.d.c. (4, 8, 35) = ...
4, 8 e 35 ....

Números primos entre si. O conceito de primos entre si. A determinação de primos entre si, pelo cálculo do m.d.c. dos números escolhidos.

Números Fracionários

Estão pintadas...

a)

1 das 2 partes ou $\frac{1}{2}$

b)

1 das 3 partes ou $\frac{1}{3}$

c)

1 das ...4... partes ou $\frac{1}{4}$

d)

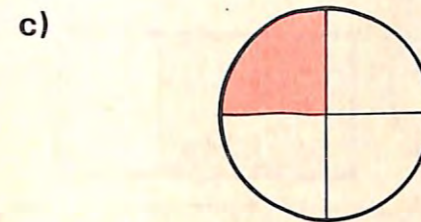
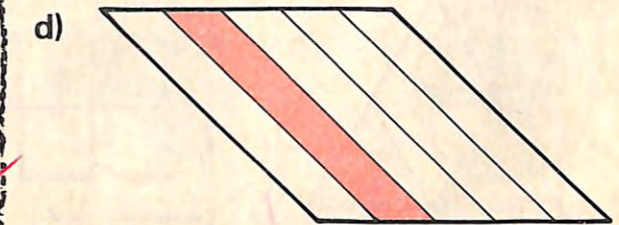
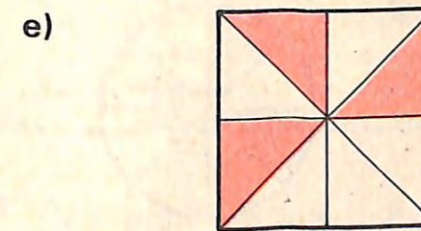
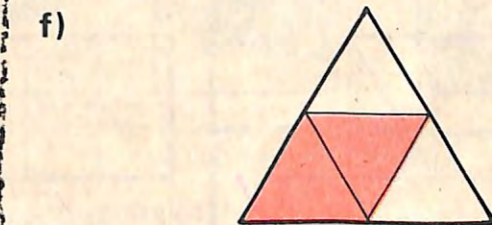
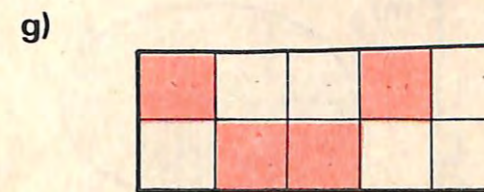
...1... das 5 partes ou $\frac{1}{5}$

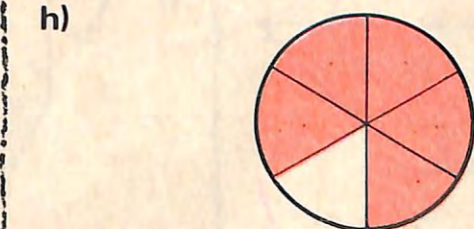
e)

...3... das ...8... partes ou $\frac{3}{8}$

f)

...2... das ...4... partes ou $\frac{2}{4}$

g)

...4... das ...10... partes ou $\frac{4}{10}$

h)

...5... das ...6... partes ou $\frac{5}{6}$

Números fracionários. A idéia de representar uma ou mais partes de um inteiro por um par de números ou fração. O aluno reconhece na figura essas partes e as representa como nos primeiros modelos.

1. Escreva a fração que está representada

a) $\frac{1}{2}$

b)

c)

d)

e)

f)

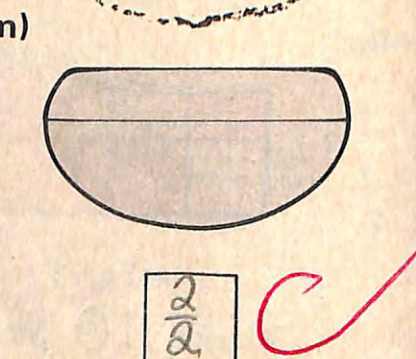
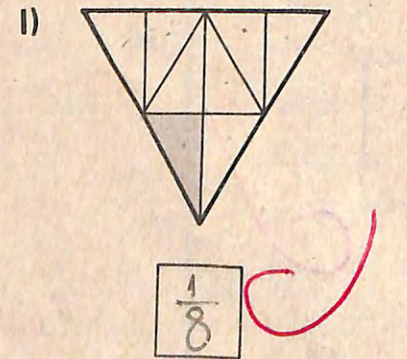
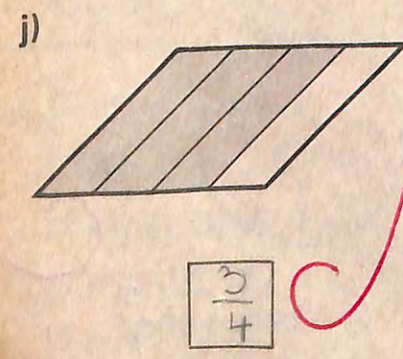
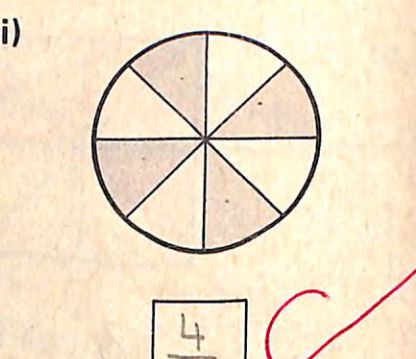
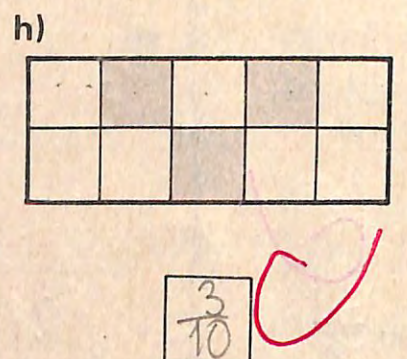
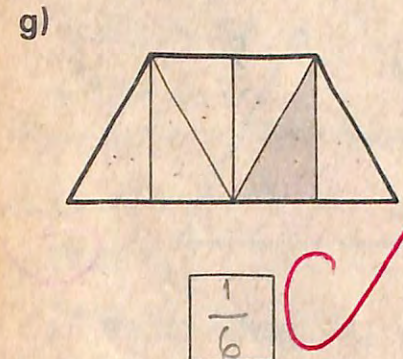
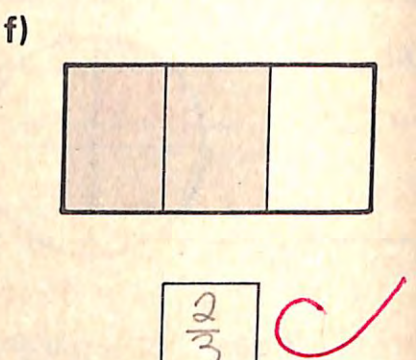
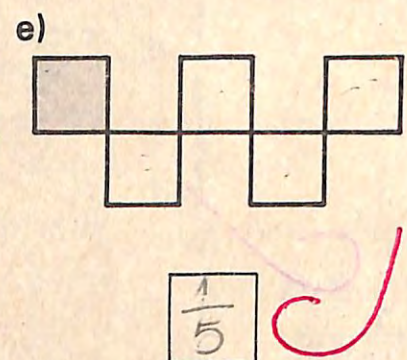
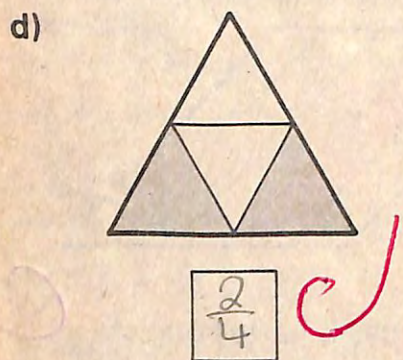
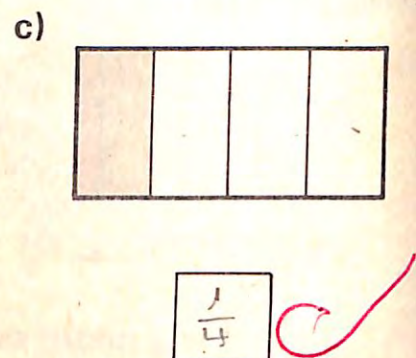
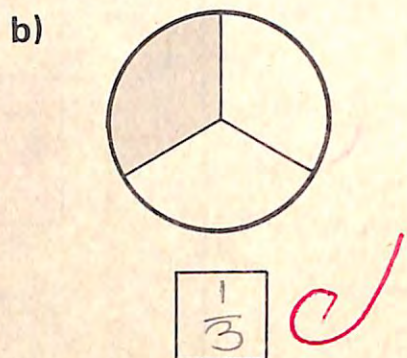
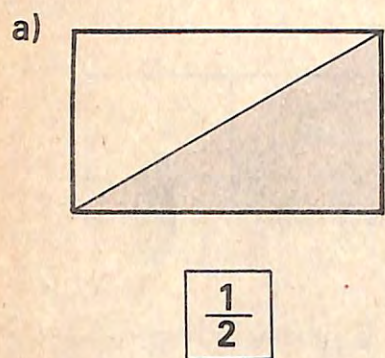
g)

h)

i)

j)

l)

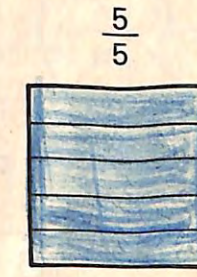
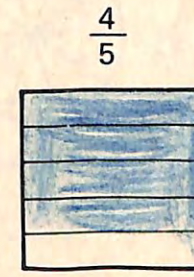
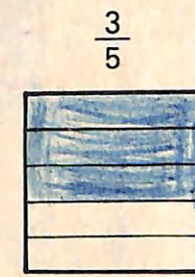
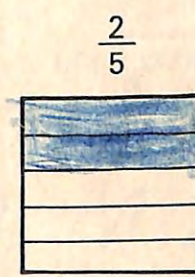
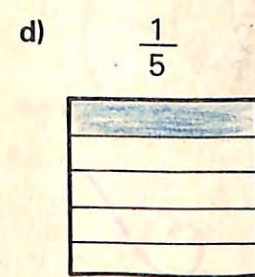
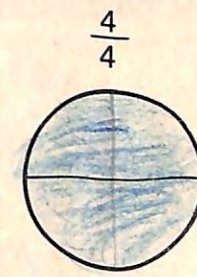
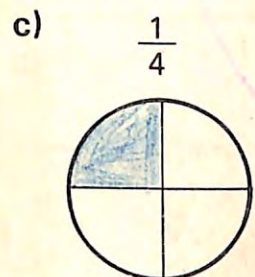
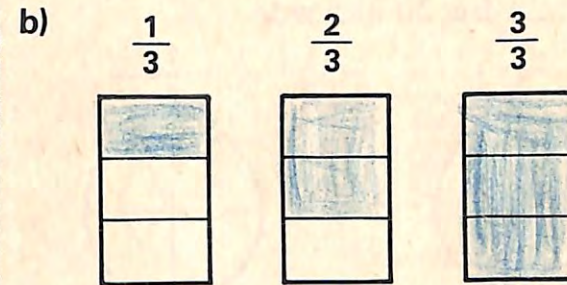
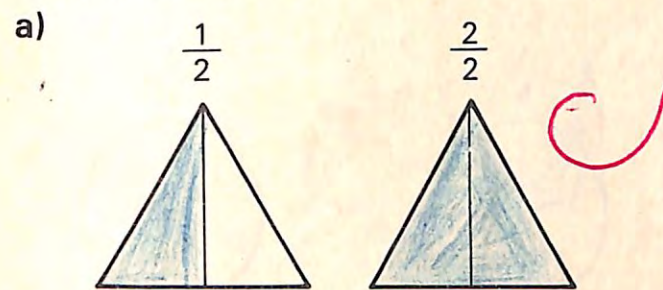
m)

Números fracionários. Exercícios de representar na forma $\frac{a}{b}$ as partes de um inteiro. Exercícios e fixação.

1. Pinte

a) $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{2}$

b) $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{3}$

c) $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$

d) $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{5}$

2. Coloque na ordem crescente (do menor para o maior)

a) $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{2}{4}$ → ....

b) $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{5}$ → ....

c) $\frac{3}{12}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{12}{12}$ $\frac{2}{12}$ → ....

d) $\frac{1}{30}$ $\frac{5}{30}$ $\frac{30}{30}$ $\frac{7}{30}$ $\frac{10}{30}$ → ....

A idéia de ordem nos números fracionários. No conjunto dos naturais a ordem 1, 2, 3,... é óbvia. No conjunto das frações a ordem deve ser induzida em 1º lugar com frações cujos denominadores são iguais.

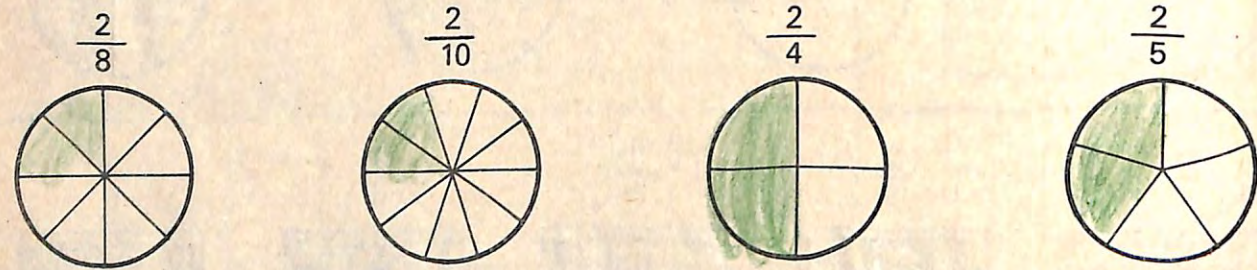
1. Pinte a fração indicada

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$

Coloque as frações em ordem crescente (da menor para a maior)

$\frac{1}{5} < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} <$ ——

2. Pinte

$\frac{2}{8}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{5}$

Coloque em ordem crescente

$\frac{2}{10} < \frac{2}{8} < \frac{2}{5} < \frac{2}{4} <$ —— $<$ ——

3. Assinale a maior fração

a) $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{10}$

c) $\frac{3}{6}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{3}{5}$

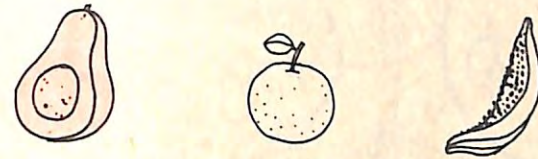
4. Escreva em ordem decrescente (do maior para o menor)

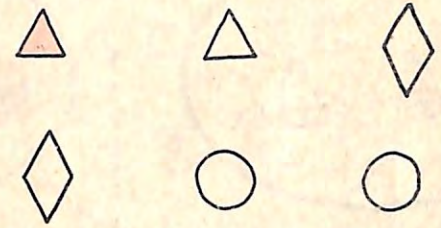
$\frac{2}{9}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{2}{2}$ $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{2} > \frac{2}{3} > \frac{2}{7} > \frac{2}{9} > \frac{2}{10} > \frac{2}{12}$

Números fracionários. Reconhecer e pintar na figura dada a fração que se indicou. Fixa o conceito de fração e serve para reforçar a idéia de ordem. Os exercícios 3 e 4 não contém figuras, mas estas podem ser induzidas nesta mesma página.

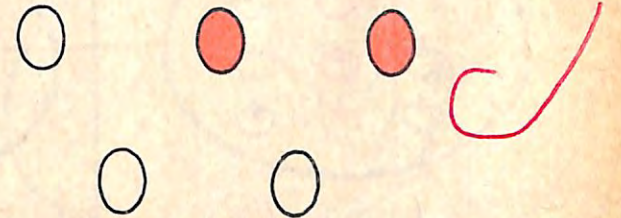
Estão pintados

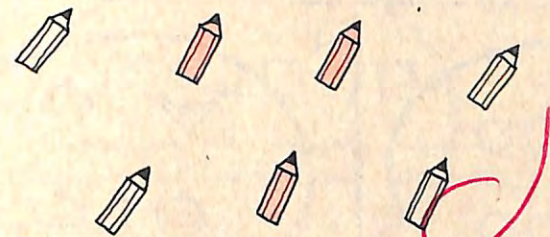
a)

1 dos **3** objetos ou $\frac{1}{3}$

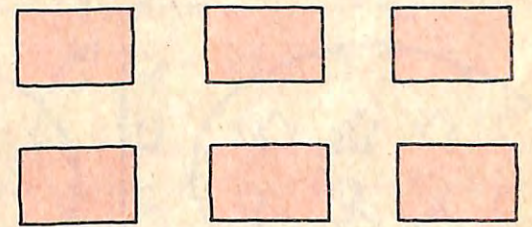
b)

...1... dos ...6... objetos ou $\frac{1}{6}$

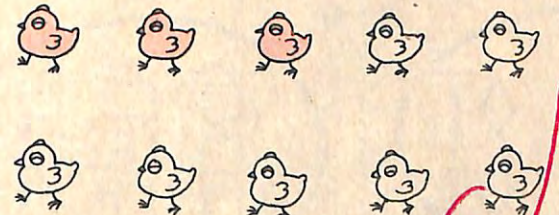
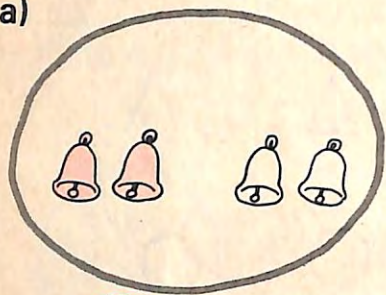
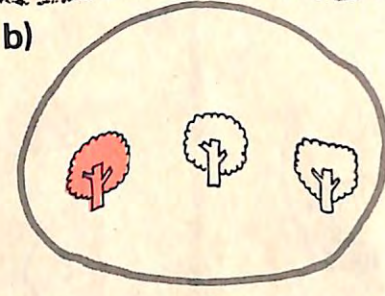
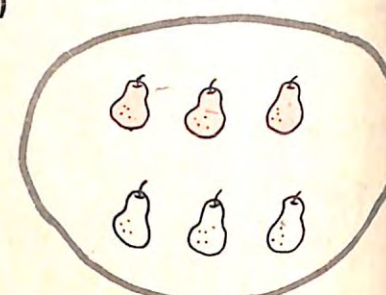
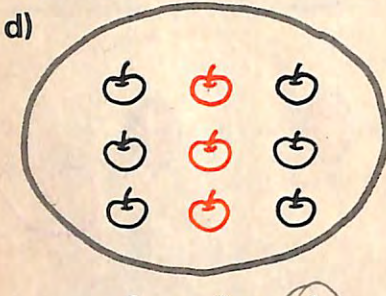
c)

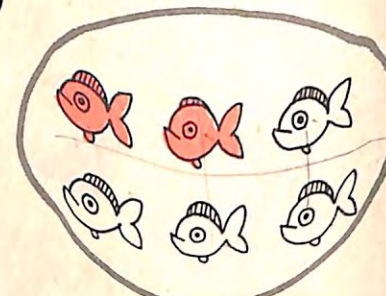
...3... dos ...4... objetos ou $\frac{3}{4}$

d)

...2... dos ...5... objetos ou $\frac{2}{5}$

e)

...3... dos ...7... objetos ou $\frac{3}{7}$

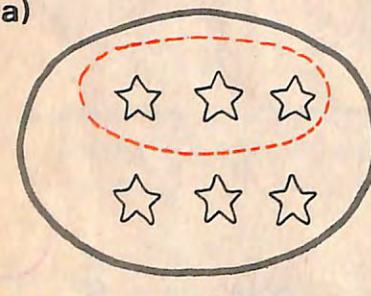
f)

...6... dos ...6... objetos ou $\frac{6}{6}$

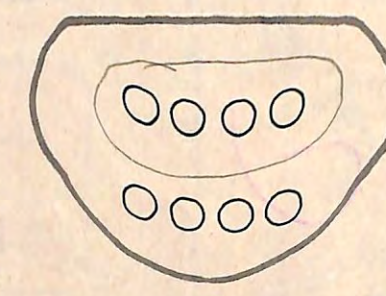
g)

...3... dos ...10... objetos ou $\frac{3}{10}$

h)

...1... dos ...2... objetos ou $\frac{1}{2}$

O conceito de fração. O conceito de número fracionário está agora ampliado: são dados conjuntos discretos (objetos ou figuras individualizadas e enumeráveis) e pede-se para escrever a fração correspondente à parte pintada.

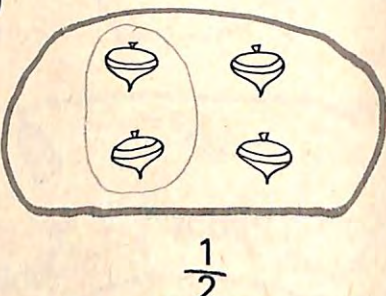
1. Qual a fração?

a)

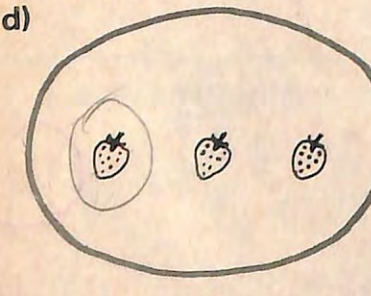
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

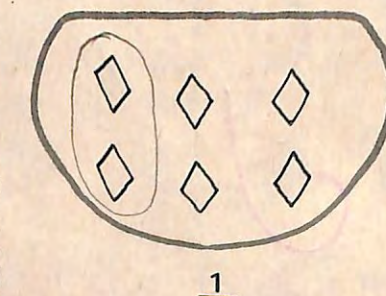
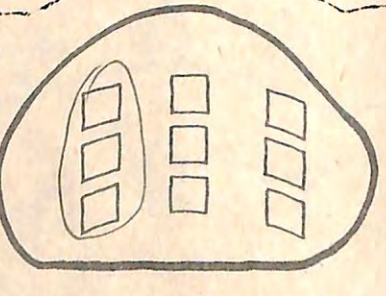
b)

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

c)

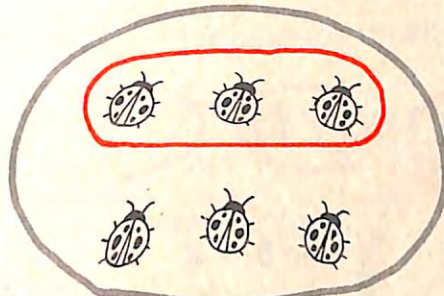
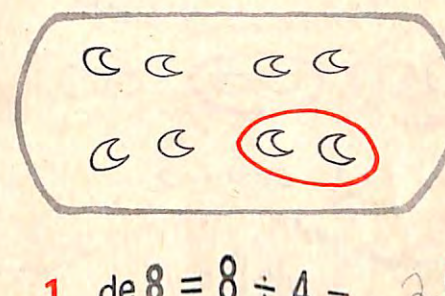
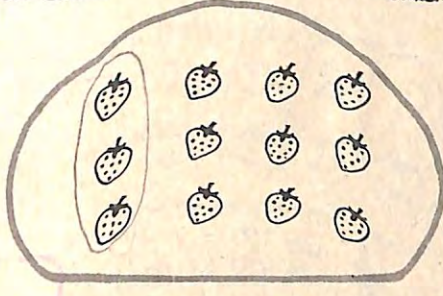
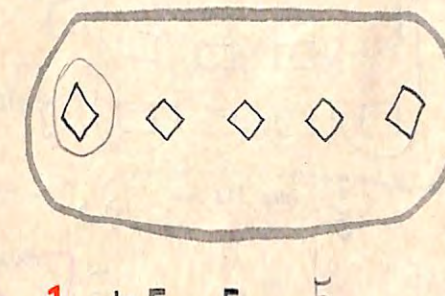
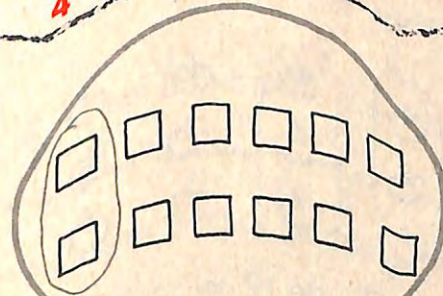
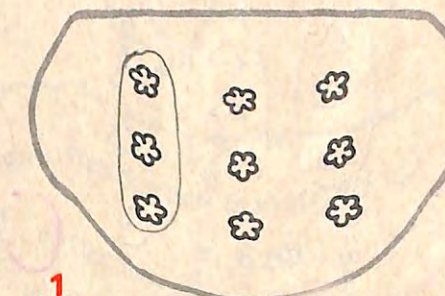
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

d)

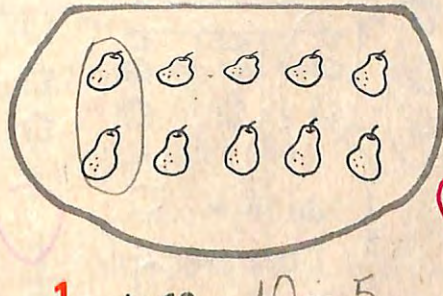
$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$

e)

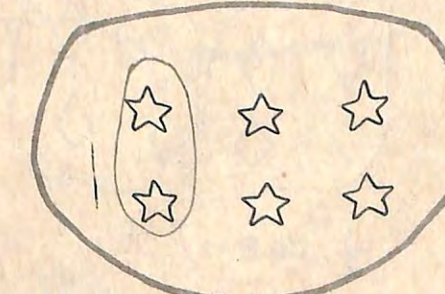
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

f)

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$

2. Assinale o conjunto que corresponde à fração

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{3}$

f) $\frac{1}{3}$

O conceito de fração. 1. A uma parte de um conjunto enumerável pede-se a fração correspondente por exercícios de escolha múltipla. 2. Pede-se para assinalar ou pintar no desenho enumerável a fração indicada. Está-se reforçando de dois modos o conceito de fração. Reforce o conceito.

1. Assinale o conjunto indicado pela fração e complete

a)

$\frac{1}{2}$ de 6 = 6 ÷ 2 = 3

b)

$\frac{1}{4}$ de 8 = 8 ÷ 4 = ...2...

c)

$\frac{1}{4}$ de 12 = 12 ÷ ...4... = ...3...

d)

$\frac{1}{5}$ de 5 = 5 ÷ ...5... = ...1...

e)

$\frac{1}{6}$ de 12 = ...12 ÷ 6... = ...2...

f)

$\frac{1}{3}$ de 9 = ...9 ÷ 3... = ...3...

g)

$\frac{1}{5}$ de 10 = ...10 ÷ 5... = ...2...

h)

$\frac{1}{3}$ de 6 = ...6 ÷ 3... = ...2...

Frações ou partes de um conjunto enumerável. O objetivo é que o aluno conclua que $\frac{1}{2}$ de 6 é 6 ÷ 2 ou que $\frac{1}{4}$ de 8 é 8 ÷ 4 e assim por diante. Os diagramas pedem e indicam esse fato.

Assinale os conjuntos correspondentes às frações e complete

a)

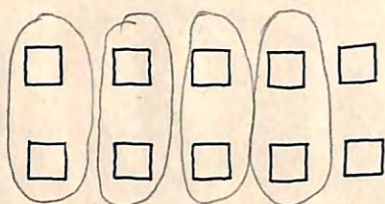
$\frac{1}{3}$ de 6 = 2

$\frac{2}{3}$ de 6 = 4

b)

$\frac{1}{4}$ de 8 = 2

$\frac{3}{4}$ de 8 = ...6...

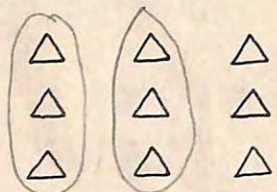
c)

$\frac{1}{5}$ de 10 = ...2...

$\frac{4}{5}$ de 10 = ...8...

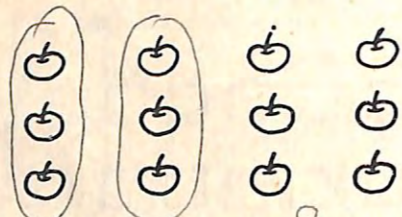
d)

$\frac{1}{6}$ de 12 = ...2...

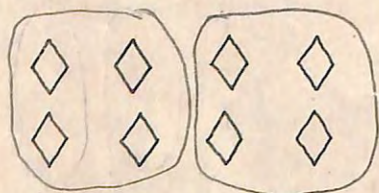
$\frac{3}{6}$ de 12 = ...6...

e)

$\frac{1}{3}$ de 9 = ...3...

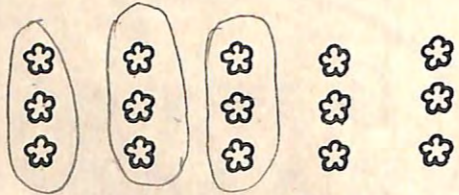
$\frac{2}{3}$ de 9 = ...6...

f)

$\frac{1}{4}$ de 12 = ...3...

$\frac{2}{4}$ de 12 = ...6...

g)

$\frac{1}{2}$ de 8 = ...4...

$\frac{2}{2}$ de 8 = ...8...

h)

$\frac{1}{5}$ de 15 = ...3...

$\frac{3}{5}$ de 15 = ...9...

Frações ou partes de um conjunto enumerável. Se o aluno sabe que $\frac{1}{3}$ de 6 é $6 \div 3 = 2$, então deverá concluir que $\frac{2}{3}$ de 6 é igual ao dobro de $\frac{1}{3}$ de 6. No futuro ele fará: $\frac{2}{3}$ de 6 é igual $(6 \div 3) \times 2 = 2 \times 2 = 4$.

Cálculo com frações

1. Um prédio tem 30 metros de altura. Dois terços do prédio foram pintados.

   $\frac{1}{3}$ do prédio tem $30 \div 3 = 10$ metros.

   $\frac{2}{3}$ do prédio tem $10 \times 2 = 20$ metros.

2. Num pote há 20 balas. Três quintos são de hortelã.

   $\frac{1}{5}$ das balas são $20 \div 5 =$ ...4... balas.

   $\frac{3}{5}$ das balas são: ...4... × 3 = ...12... balas.

3. Um vaso tem 12 flores. $\frac{3}{4}$ das flores são rosas.

   $\frac{1}{4}$ das flores correspondem a: 12 ÷ ...4... = ...3...

   $\frac{3}{4}$ das flores são ...4... × ...3... = ...12...

4. Um muro terá 10 m de comprimento. Quatro quintos foram construídos.

   $\frac{1}{5}$ do muro corresponde a ...10 ÷ 5 = 2... metros.

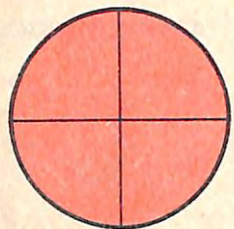
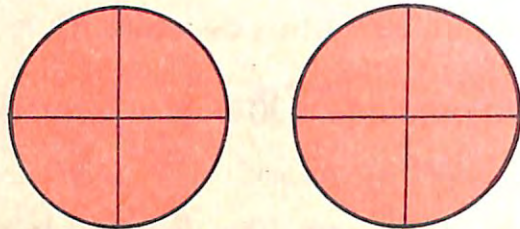
   $\frac{4}{5}$ do muro corresponde a ...2 ÷ 4 = 8... metros.

5. Dos 12 cães de um canil, $\frac{3}{6}$ são filhotes.

   $\frac{1}{6}$ dos cães são ...12 ÷ 6... = ...2... cães.

   $\frac{3}{6}$ dos cães são ...2 × 3... = ...6... cães.

Cálculos com frações. As sentenças indicam pequenas questões que devem ser discutidas e interpretadas. As soluções são simples quando os conceitos forem bem formados. Estão indicadas. Caso contrário deve-se retornar aos conceitos das páginas 59 e 60.

Frações Aparentes

$\frac{4}{4} = 1$ $\frac{8}{4} = 2$

São frações aparentes pois representam quantidades iguais a um ou mais inteiros.

1. A quantos inteiros correspondem as frações aparentes?

a)

$\frac{4}{2} = 2$

b)

$\frac{9}{3} =$ ...3...

c)

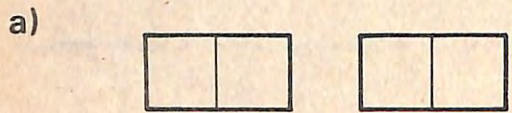
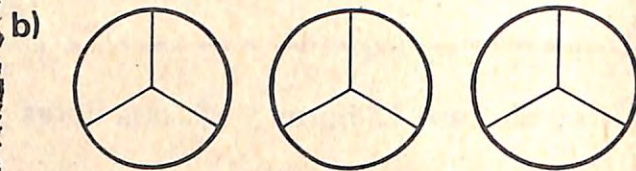
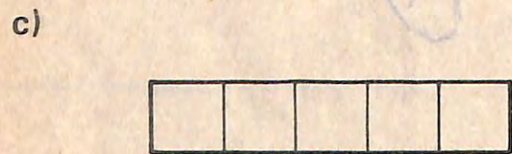
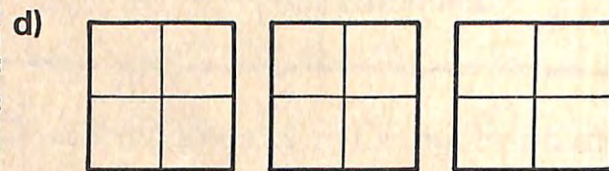
$\frac{5}{5} =$ ...1...

d)

$\frac{12}{4} =$ ...3...

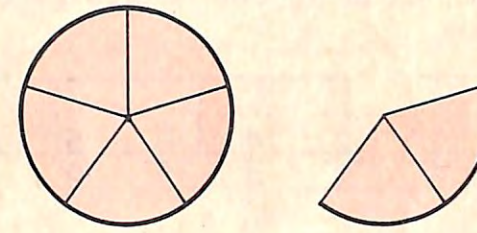
e)

$\frac{10}{5} =$ ...2...

f)

$\frac{12}{6} =$ ...2...

2. Escreva outras frações aparentes $\frac{14}{7}$ $\frac{16}{8}$ $\frac{18}{9}$ $\frac{20}{10}$

Frações aparentes. $\frac{4}{4} = 1$ ou $\frac{8}{4} = 2$ são frações apenas na aparência. O conceito correto permitirá a interpretação correta.

Frações Próprias e Impróprias

$\frac{2}{5}$ **Fração Própria** $\frac{7}{5}$ **Fração Imprópria**

Representa uma quantidade menor que o inteiro.

Representa uma quantidade maior que o inteiro.

1. Complete

a)

$\frac{3}{2} > \frac{2}{2}$

Fração imprópria

b)

$\frac{5}{3}$ ☐ $\frac{3}{3}$

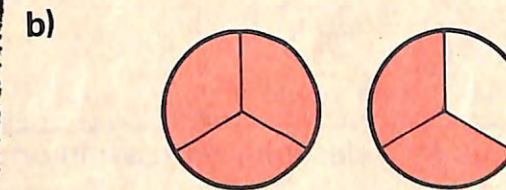
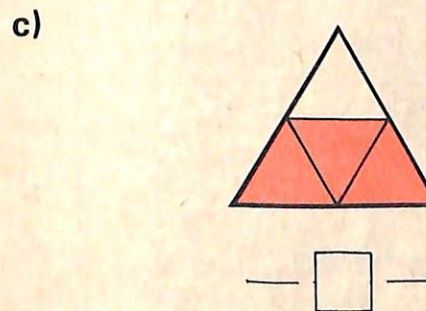
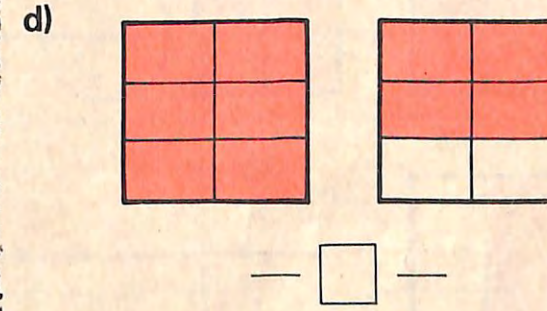
Fração ....

c)

— ☐ —

Fração ....

d)

— ☐ —

Fração ....

Frações próprias e impróprias. Apenas conceitos e nomes novos.

1. Assinale as frações maiores que o inteiro

$\frac{7}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{5}{9}$

$\frac{2}{3}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$

2. Assinale as frações que representam números inteiros

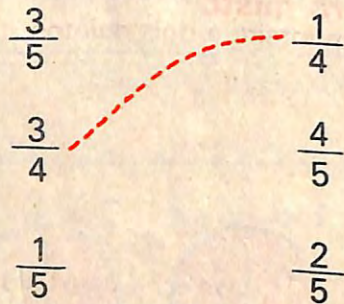
$\frac{1}{3}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{14}{7}$ $\frac{9}{3}$ $\frac{5}{5}$

$\frac{7}{8}$ $\frac{6}{2}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{6}{6}$

3. Ligue as frações que completam o inteiro

$\frac{3}{5}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$

$\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$

4. Escreva frações maiores que a unidade

$\frac{4}{3}$ $\frac{......}{7}$ $\frac{......}{5}$ $\frac{......}{2}$

$\frac{4}{......}$ $\frac{3}{......}$ $\frac{6}{......}$ $\frac{3}{......}$

5. Indique se o desenho representa uma fração própria aparente ou imprópria

a)

fração ....

b)

fração ....

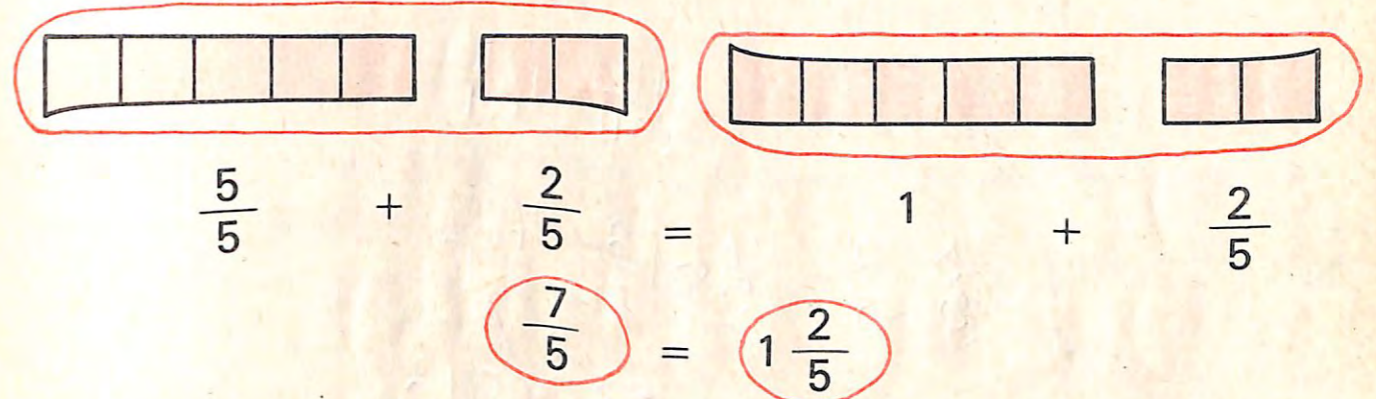
c)

fração ....

Exercícios de aprendizagem e fixação. Revisão e reforço dos conceitos de fração, inteiro, fração própria e fração imprópria.

Números Mistos

$\frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 1 + \frac{2}{5}$

$\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

fração imprópria

número misto
lê-se um inteiro e dois quintos

Pinte		Você pintou
$\frac{5}{4}$		$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$ lê-se um inteiro e um quarto
$\frac{10}{4}$		$\frac{\quad}{4} + \frac{\quad}{4} + \frac{\quad}{4} = 2\frac{\quad}{4}$
$\frac{8}{5}$		— + — = --- —
$\frac{11}{3}$		— + — + — + — = --- —
$\frac{5}{2}$		— + — + — = --- —
$\frac{16}{6}$		— + — + — = --- —

Números Mistos. $\frac{5}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4}$ é uma operação intuitiva, como todas as outras que se transformam em números mistos (inteiros e fração). O aluno pintará os inteiros e a fração que restar.

1. Complete conforme o exemplo

a) $1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{5}{4}}$

b) $1\frac{2}{5} = 1 + \frac{2}{5} = \ldots + \ldots = \boxed{}$

c) $2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \boxed{}$

d) $3\frac{1}{3} = \ldots + \ldots = \ldots + \ldots = \boxed{}$

e) $1\frac{3}{8} = \ldots + \ldots = \ldots + \ldots = \boxed{}$

f) $2\frac{6}{7} = \ldots + \ldots = \ldots + \ldots = \boxed{}$

2. Transforme as frações impróprias em números mistos

a) $\frac{9}{8} = \frac{8}{8} + \frac{1}{8} = 1\frac{1}{8}$

b) $\frac{5}{3} =$ ....

c) $\frac{10}{6} =$ ....

d) $\frac{11}{7} =$ ....

e) $\frac{18}{4} =$ ....

f) $\frac{23}{10} =$ ....

Transformações de números mistos em frações e vice-versa. Ainda, sem se falar em operação de adição, estes exercícios a induzem para sua resolução. Apoiam-se no entanto, na objetivação gráfica das páginas anteriores.

Frações Equivalentes

Veja

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

As frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ representam a mesma parte do inteiro, então elas são frações equivalentes.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

As frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ representam a mesma quantidade de elementos de um mesmo conjunto, então elas são frações equivalentes.

1. Escreva as equivalências que as figuras indicam

a)

$\frac{1}{2} = \ldots$

b)

$\ldots = \frac{3}{6}$

c)

$\ldots = \ldots$

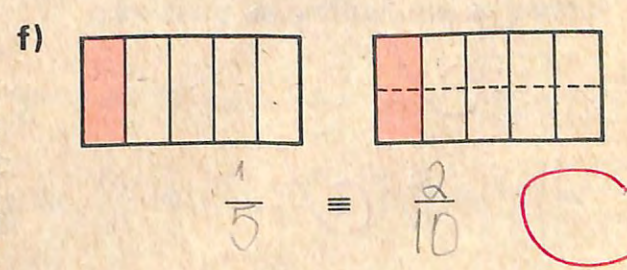
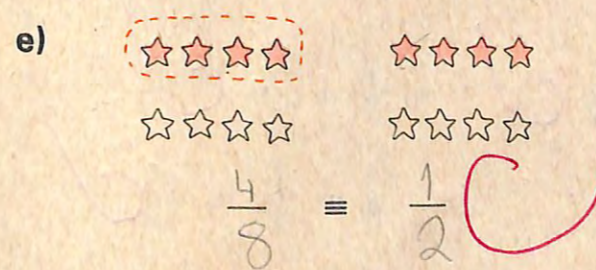
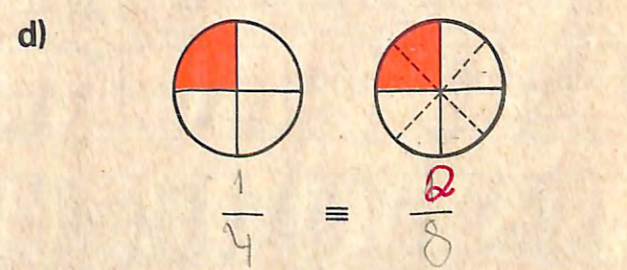
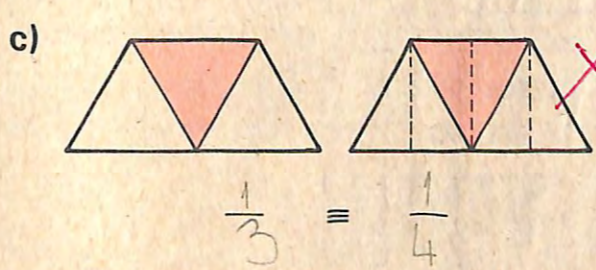
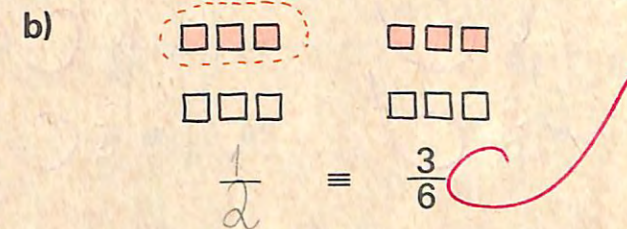
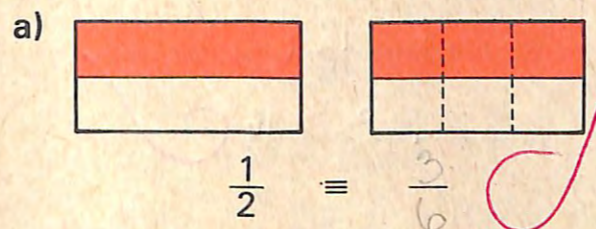
d)

$\ldots = \ldots$

e)

$\ldots = \ldots$

f)

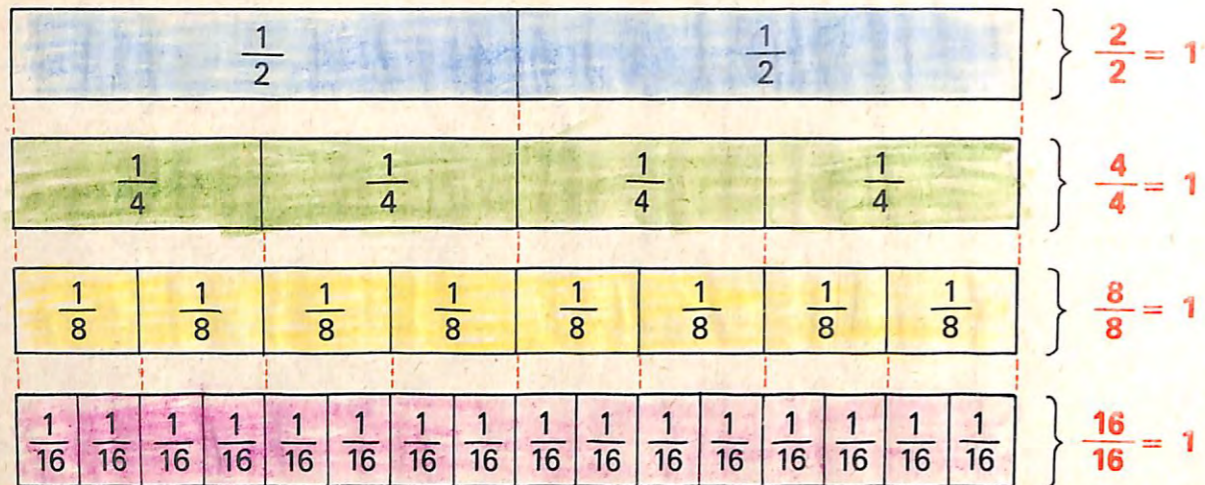
$\ldots = \ldots$

Frações equivalentes. Este conceito é importante para simplificar frações para adicionar aquelas cujos denominadores são diferentes. O aluno basear-se-á no modelo e completará os exercícios. Inicialmente usa-se $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ para indicar que são equivalentes. Logo após $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ será a indicação usual aceitável. (veja o manual do professor)

Observe

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2} = 1$

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{4} = 1$

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{8}{8} = 1$

$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{16}{16} = 1$

1. Escreva as equivalências possíveis

a) $\frac{1}{8} \equiv \frac{2}{16}$

b) $\frac{1}{4} \equiv \frac{2}{8} \equiv \frac{4}{16}$

c) $\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4} \equiv \frac{4}{8} \equiv \frac{8}{16}$

d) $\frac{3}{8} \equiv \frac{6}{16}$

e) $\frac{5}{8} \equiv \frac{10}{16}$

f) $\frac{3}{4} \equiv \frac{6}{8} \equiv \frac{12}{16}$

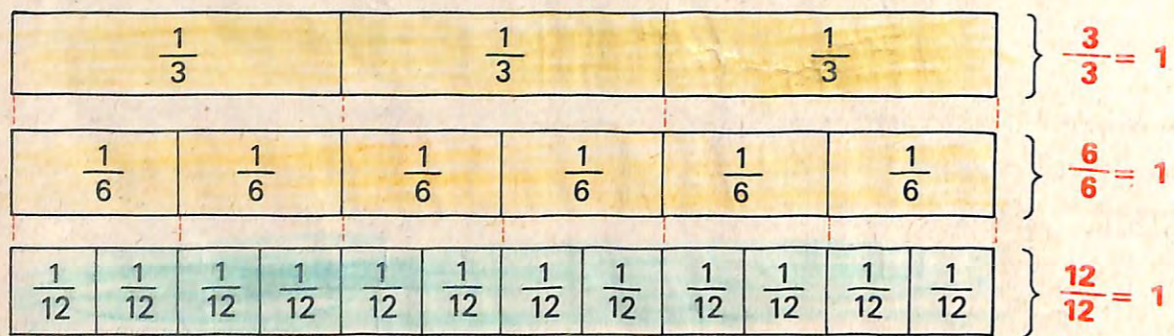
g) $\frac{10}{16} \equiv \frac{5}{8}$

h) $\frac{14}{16} \equiv \frac{7}{8}$

i) $\frac{2}{2} \equiv \frac{4}{4} \equiv \frac{8}{8} \equiv \frac{16}{16}$

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{3} = 1$

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{6}{6} = 1$

$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{12}{12} = 1$

2. Escreva as equivalências possíveis

a) $\frac{1}{6} \equiv \frac{2}{12}$

b) $\frac{1}{3} \equiv \frac{2}{6} \equiv \frac{4}{12}$

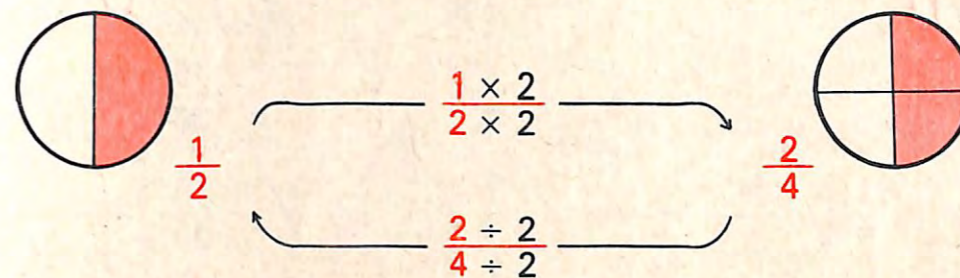
c) $\frac{3}{6} \equiv \frac{6}{12}$

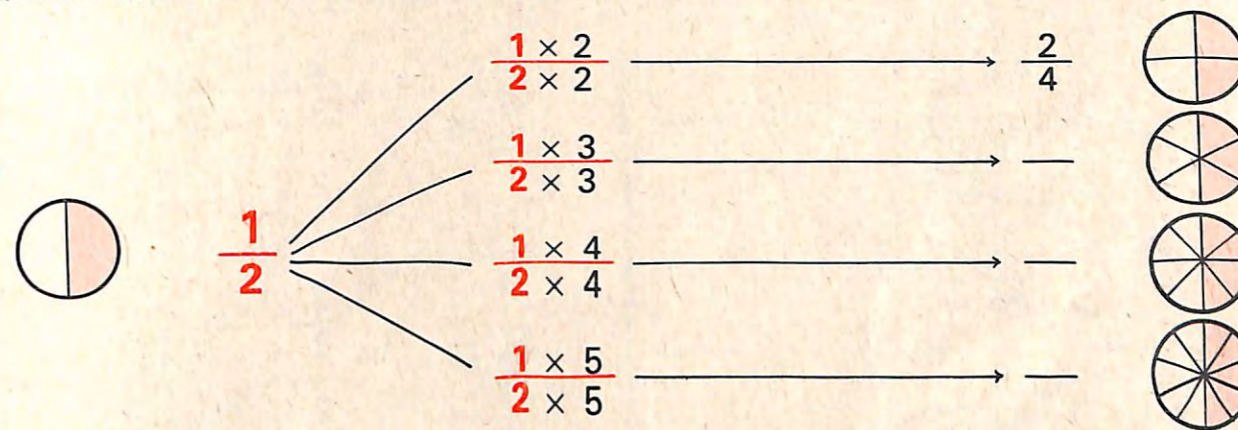
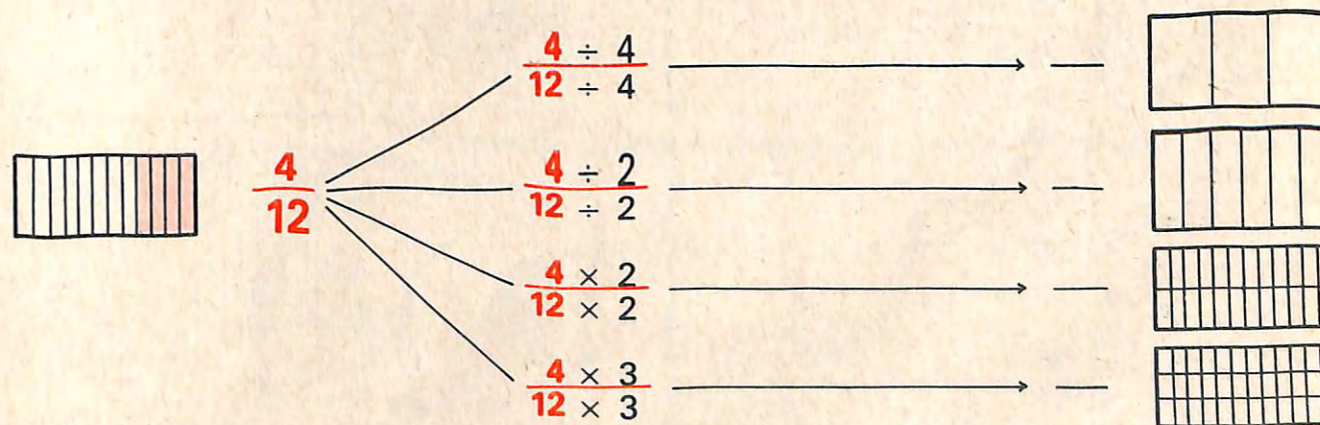
d) $\frac{2}{3} \equiv \frac{4}{6} \equiv \frac{8}{12}$

e) $\frac{10}{12} \equiv \frac{5}{6}$

f) $\frac{3}{3} \equiv \frac{6}{6} \equiv \frac{12}{12}$

Frações equivalentes. Exercícios e reforço para obtenção de frações equivalentes.

Equivalência de frações

Se multiplicarmos ou dividirmos o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, obteremos uma fração equivalente, isto é, de mesmo valor.

1. Encontre frações equivalentes a $\frac{1}{2}$

2. Encontre frações equivalentes a $\frac{4}{12}$

Equivalência de frações. Forma operacional de obter frações equivalentes: multiplicar (ou dividir) numerador e denominador por um mesmo número não nulo. (propriedade fundamental das frações)

1. Encontre frações equivalentes às frações indicadas

a)

$\frac{1}{5}$

$\frac{1 \times \ldots\ldots}{5 \times \ldots\ldots} = __$

$\frac{1 \times \ldots\ldots}{5 \times \ldots\ldots} = __$

$\frac{1 \times \ldots\ldots}{5 \times \ldots\ldots} = __$

$\frac{1 \times \ldots\ldots}{5 \times \ldots\ldots} = __$

b)

$\frac{15}{30}$

$\frac{15 \div \ldots\ldots}{30 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{15 \div \ldots\ldots}{30 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{15 \div \ldots\ldots}{30 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{15 \times \ldots\ldots}{30 \times \ldots\ldots} = __$

c)

$\frac{6}{24}$

$\frac{6 \div \ldots\ldots}{24 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{6 \div \ldots\ldots}{24 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{6 \div \ldots\ldots}{24 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{6 \times \ldots\ldots}{24 \times \ldots\ldots} =$

d)

$\frac{2}{3}$

$\frac{2 \times \ldots\ldots}{3 \times \ldots\ldots} = __$

$\frac{2 \times \ldots\ldots}{3 \times \ldots\ldots} = __$

$\frac{2 \times \ldots\ldots}{3 \times \ldots\ldots} = __$

$\frac{2 \times \ldots\ldots}{3 \times \ldots\ldots} = __$

e)

$\frac{36}{12}$

$\frac{36 \div \ldots\ldots}{12 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{36 \div \ldots\ldots}{12 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{36 \div \ldots\ldots}{12 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{36 \div \ldots\ldots}{12 \div \ldots\ldots} = __$

f)

$\frac{9}{15}$

$\frac{9 \div \ldots\ldots}{15 \div \ldots\ldots} = __$

$\frac{9 \times \ldots\ldots}{15 \times \ldots\ldots} = __$

$\frac{9 \times \ldots\ldots}{15 \times \ldots\ldots} = __$

Frações equivalentes. Exercício e reforço para obtenção de frações equivalentes, usando a propriedade fundamental.

Simplificação de Frações

Vamos simplificar a fração $\frac{8}{16}$

$\frac{8}{16}$ —— $\frac{8:2}{16:2}$ ⟶ $\frac{4}{8}$

$\frac{8}{16}$ —— $\frac{8:4}{16:4}$ ⟶ $\frac{2}{4}$

$\frac{8}{16}$ —— $\frac{8:8}{16:8}$ ⟶ $\boxed{\frac{1}{2}}$ não pode mais ser simplificada, é uma **fração irredutível.**

1. Simplifique as frações abaixo, obtendo frações irredutíveis

a) $\frac{4}{12}$ (÷ 4 / ÷ 4) ——

b) $\frac{9}{27}$ (÷ ---- / ÷ ----) ——

c) $\frac{4}{24}$ (÷ ---- / ÷ ----) ——

d) $\frac{16}{10}$ (÷ ---- / ÷ ----) ——

e) $\frac{12}{36}$ (÷ ---- / ÷ ----) ——

f) $\frac{10}{10}$ (÷ ---- / ÷ ----) ——

g) $\frac{20}{30}$ (÷ ---- / ÷ ----) ——

h) $\frac{12}{18}$ (÷ ---- / ÷ ----) ——

i) $\frac{25}{50}$ (÷ ---- / ÷ ----) ——

2. Assinale as frações irredutíveis

$\frac{2}{3}$ (circulada) $\quad \frac{8}{4} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{4}{6} \quad \frac{3}{9} \quad \frac{13}{5} \quad \frac{2}{7} \quad \frac{9}{9}$

Simplificação de frações. Aplicação da propriedade fundamental para simplificar frações ou obter sua forma irredutível.

Vamos simplificar a fração $\frac{4}{12}$

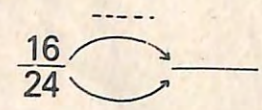
Os divisores de 4 são {1, 2, 4} e os divisores de 12 são {1, 2, 3, 4, 6, 12}

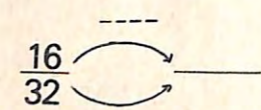
Os divisores comuns entre 4 e 12 são: {1, 2, e 4} e o maior é o 4.

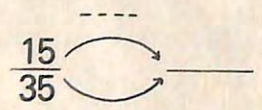
$\frac{4}{12} \rightarrow \frac{4 \div 4}{12 \div 4} \rightarrow \frac{1}{3}$ **fração irredutível.**

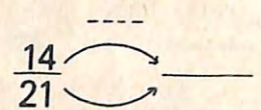
Para obter a fração irredutível, dividimos o numerador e o denominador da fração pelo maior divisor comum entre eles.

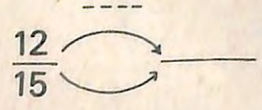
1. Simplifique as frações através do cálculo do m.d.c.

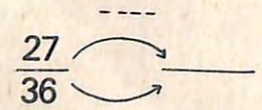
a) $\frac{16}{24}$ m.d.c.(16, 24) = ...

b) $\frac{16}{32}$ m.d.c.(16, 32) = ...

$\frac{16}{32}$ ——

c) $\frac{15}{35}$ m.d.c.(15, 35) = ...

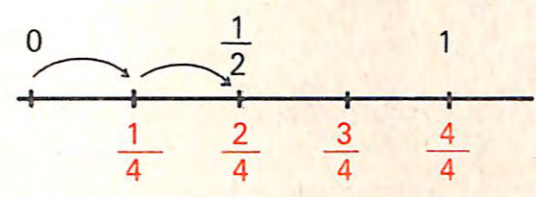
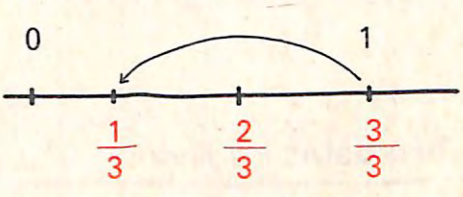
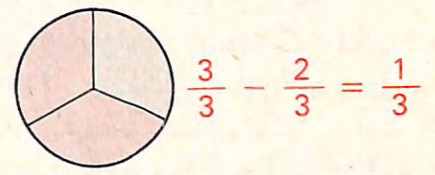
$\frac{15}{35}$ ——

d) $\frac{14}{21}$ m.d.c.(14, 21) = ...

$\frac{14}{21}$ ——

e) $\frac{12}{15}$ m.d.c.(12, 15) = ...

$\frac{12}{15}$ ——

f) $\frac{27}{36}$ m.d.c.(27, 36) = ...

$\frac{27}{36}$ ——

Simplificação de frações pelo m.d.c. Dividindo-se os termos de uma fração pelo m.d.c. entre esses termos obtém-se a fração na forma irredutível. Estes exercícios reforçam o m.d.c. e a simplificação de frações.

Adição e Subtração de Frações

Veja

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{2}{4}} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \boxed{\frac{1}{2}}$

$\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$

1. Efetue as adições e subtrações, simplificando os resultados quando for possível

a) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} =$

b) $1\frac{1}{8} - \frac{3}{8} = \frac{9}{8} - \frac{3}{8} =$

c) $\frac{8}{3} - \frac{2}{3} =$

d) $1\frac{1}{6} + \frac{4}{6} + \frac{6}{6} =$

e) $\frac{18}{7} - \frac{11}{7} =$

2. Faça no seu caderno

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$

b) $1\frac{3}{8} - \frac{1}{8}$

c) $\frac{1}{9} + 3\frac{2}{9} + \frac{6}{9}$

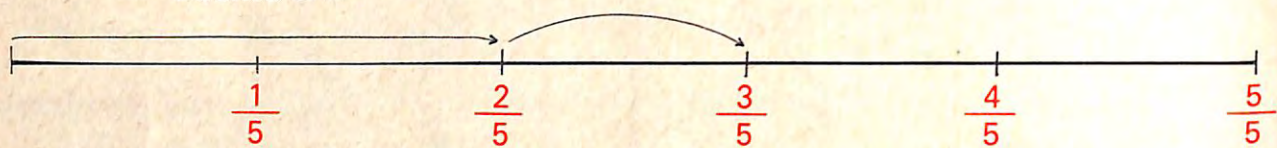
d) $2\frac{6}{5} - 1\frac{1}{5}$

e) $\frac{5}{11} + 1\frac{6}{11}$

f) $7\frac{2}{6} - 5\frac{2}{6}$

Adição e subtração de frações. A adição e subtração de frações com denominadores iguais exigem o mesmo tipo de trabalho; por isso são apresentadas em conjunto. Quando houver números mistos, bastará transformá-los em frações impróprias em 1º lugar.

Problemas

1. Um automóvel andou $\frac{2}{5}$ do seu trajeto e parou. Em seguida, andou mais $\frac{1}{5}$ e quebrou. Quanto andou do trajeto?

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = ____$$

Resposta: Ele andou .... do trajeto.

2. Um agricultor plantou de manhã $\frac{1}{6}$ das suas mudas e à tarde plantou mais $\frac{3}{6}$. Quanto ele pantou?

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6}$$

simplificando: $\frac{\quad \div \quad}{\quad \div \quad} = ____$

Resposta: Ele plantou .... das suas mudas.

3. De um chocolate, Maurício ganhou $\frac{3}{5}$ e Beto $\frac{2}{5}$. Que parte Maurício recebeu a mais que Beto?

$$\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = ____$$

Resposta: ....

4. Luciana leu $\frac{2}{7}$ de um livro. Que parte do livro ainda não foi lida por Luciana?

fração que corresponde ao livro todo: $\frac{7}{7}$

$$\frac{7}{7} - ____ = ____$$

Resposta: ....

Problemas iniciais sobre frações. Estes problemas só exigem o conceito de fração, de inteiros, e as operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais. Fazer a interpretação gráfica de cada um, ajudará a interpretá-lo.

Adição e Subtração de Frações com denominadores diferentes

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \ ?$$ ⟶ têm denominadores diferentes

$\frac{1}{2} = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{12}, ...\}$ e $\frac{1}{3} = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, ...\}$

Então: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$ ⟶ têm denominadores iguais.

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

1. Efetue:

a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = _ + _ = _$

$\frac{1}{5} = \{\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{15}, \frac{4}{20}, \frac{5}{25}, ...\}$ e $\frac{1}{4} = \{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \frac{6}{24}, ...\}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = _ + _ = _$

$\frac{1}{3} = \{\frac{1}{3}, _, _, _, _, ...\}$ e $\frac{2}{5} = \{_, _, _, _, _, ...\}$

c) $\frac{4}{3} - \frac{5}{6} = _ - \frac{5}{6} = _$

$\frac{4}{3} = \{_, _, _, _, ...\}$

Adição e subtração de frações com denominadores diferentes. $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$, ... é o conjunto ou a classe das frações equivalentes a $\frac{1}{2}$. Qualquer elemento da classe substitue $\frac{1}{2}$. Essa é a idéia que prevalece nos trabalhos da página.

Veja

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{\dots\dots}{\text{múltiplo de 2 e de 3}} + \frac{\dots\dots}{\text{múltiplo de 2 e de 3}}$$

Múltiplos de 2 e de 3 = M(2) ∩ M(3) = {6, 12, 18, 24, ...}

m.m.c.(2, 3) = 6

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{6} \quad \text{e} \quad \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{6}$$

Então: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

1. Efetue as adições e subtrações

a) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} =$

m.m.c.(3, 4) = 12

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ e $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \text{—}$

b) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2} =$

m.m.c.(5, 2) = 10

$\frac{3}{5} = \frac{\ }{10}$ e $\frac{1}{2} = \frac{\ }{10}$

$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{\ }{10} - \frac{\ }{10} = \text{—}$

c) $\frac{1}{6} + \frac{2}{3} =$

m.m.c.(6, 3) = ...

$\frac{1}{6} = \text{—}$ e $\frac{2}{3} = \text{—}$

$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \text{—} + \text{—} = \text{—}$

d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} =$

m.m.c.(4, 6) = ...

$\frac{3}{4} = \text{—}$ e $\frac{1}{6} = \text{—}$

$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \text{—} - \text{—} = \text{—}$

Adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Achar o menor denominador comum entre 2 e 3 para escrever $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ é o trabalho que se propõe agora. O m.m.c. entre 2 e 3 ou outros números far-se-á pela intersecção dos conjuntos dos múltiplos de 2 e 3 e analogamente os seguintes.

Problemas

1. Meu pai leu $\frac{2}{5}$ de um jornal de manhã e $\frac{1}{2}$ do jornal à noite. Que parte do jornal falta ele ler?

Ele leu: $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{\ }{10} + \frac{\ }{10} = \text{—}$

O jornal todo → $\frac{10}{10}$

Ele não leu: $\frac{10}{10} - \text{—} = \text{—}$

Resposta: ....

2. De um bolo, eu comi $\frac{2}{7}$ e Marcos $\frac{1}{5}$. Que parte eu comi a mais que Marcos?

$\frac{2}{7} - \frac{1}{5} = \text{—} - \text{—} = \text{—}$

Resposta: ....

3. Em uma fazenda, $\frac{2}{5}$ dos animais são cavalos, $\frac{1}{4}$ são galinhas e os restantes são bovinos. Que parte dos animais são bovinos?

cavalos e galinhas: $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{\ }{20} + \frac{\ }{20} = \frac{\ }{20}$

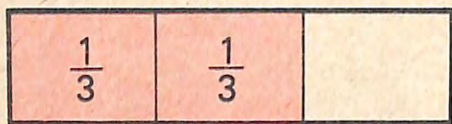
todos os animais → $\frac{20}{20}$

bovinos: $\frac{20}{20} - \frac{\ }{20} = \text{—}$

Resposta: ....

Problemas fracionários. Os problemas envolvem raciocínios simples. Têm como objetivo dar uma uniformidade às soluções que exigem esquemas elementares.

Multiplicação de Frações por um número inteiro

Observe

$\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

ou

$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

ou

$$3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Efetue as multiplicações

a) $2 \times \frac{1}{5} = \frac{\ }{5}$ b) $3 \times \frac{1}{7} = \frac{3}{\ }$ c) $2 \times \frac{1}{2} = \text{——} = \ldots\ldots$

d) $3 \times \frac{2}{7} = \text{——}$ e) $5 \times \frac{2}{3} = \text{——}$ f) $4 \times \frac{3}{5} = \text{——}$

g) $2 \times \frac{3}{4} = \text{——} = \text{——}$ h) $3 \times \frac{4}{3} = \text{——} = \text{——}$ i) $7 \times \frac{5}{14} = \text{——} = \text{——}$

Efetue as multiplicações em seu caderno

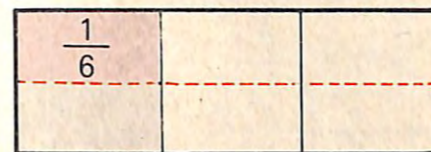
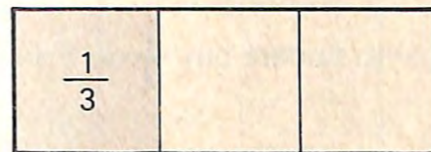
a) $2 \times \frac{9}{5}$ b) $3 \times \frac{2}{9}$ c) $7 \times \frac{1}{7}$ d) $8 \times \frac{3}{4}$

e) $\frac{4}{5} \times 2$ f) $\frac{2}{3} \times 9$ g) $1 \times \frac{3}{5}$ h) $\frac{6}{5} \times 10$

i) $9 \times \frac{1}{15}$ j) $3 \times \frac{7}{12}$ l) $\frac{1}{18} \times 9$ m) $\frac{4}{5} \times 5$

Multiplicação de fração por inteiro. Bastará compreender que $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$ e concluir-se-á a regra: "Para se multiplicar um inteiro por uma fração, basta multiplicar o inteiro pelo numerador da fração".

Multiplicação de Frações

$\frac{1}{3}$ | | |

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

1. Efetue as multiplicações simplificando o resultado quando possível

a)

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \text{——}$$

b)

$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \text{——}$$

c)

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \text{——}$$

d)

$\frac{3}{5}$

$\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{5}$

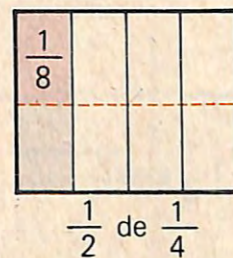
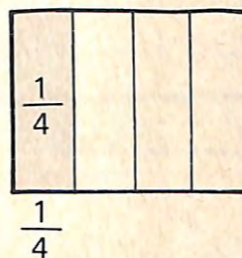
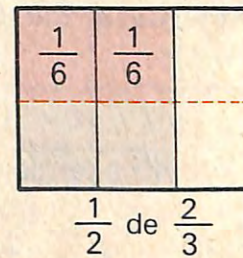
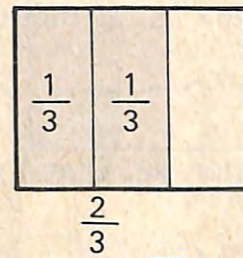
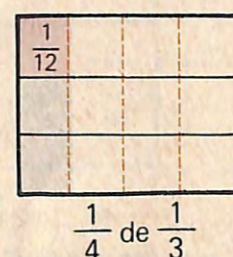
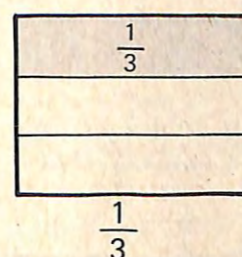
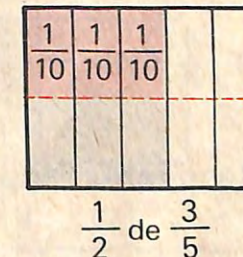
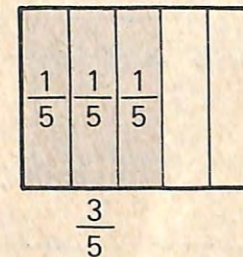
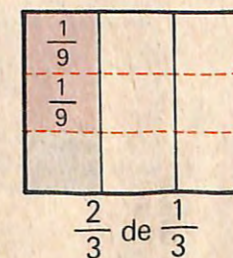
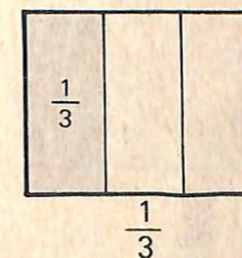
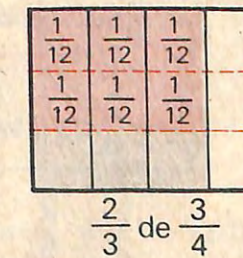
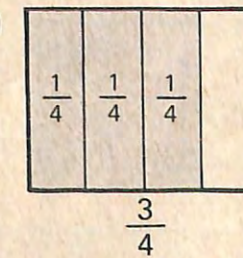
$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \text{——}$$

e)

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \text{——}$$

f)

$\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \text{——} = \text{——}$$

Multiplicação de frações. Iniciamos o processo procurando obter $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$. Graficamente será $\frac{1}{6}$. Esse $\frac{1}{6}$ também se obtém fazendo-se $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$. Daí, para se multiplicar duas frações, multiplicam-se os numeradores entre si e os denominadores entre si.

Problemas

1. Uma senhora anda 900 metros em 1 hora. Quanto andará em $\frac{1}{3}$ de hora?

$\frac{1}{3}$ de 900 $= \frac{1}{3} \times 900 = \frac{900}{3}$

simplificando: $\frac{900}{3} = \frac{900 \div 3}{3 \div 3} = \frac{\quad}{\quad} =$ ....

Resposta: Ela andará .... metros.

2. Faço 45 exercícios por dia. Quanto farei em $1\frac{1}{3}$ dias?

$1\frac{1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

Em 1 dia → 1×45

Em $\frac{4}{3}$ dias → $\frac{4}{3} \times 45 = \frac{\quad}{3} = \frac{\quad \div 3}{\quad \div 3} =$ ....

Resposta: Farei .... exercícios.

3. Eu leio $\frac{2}{5}$ de um livro por dia. Quanto lerei em $2\frac{1}{2}$ dias?

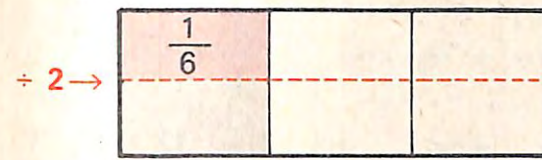
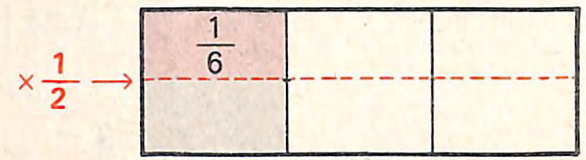
$2\frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

1 dia → $\frac{2}{5}$ do livro

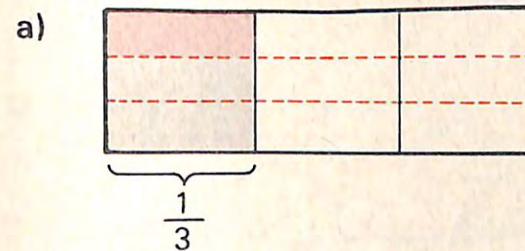
$\frac{5}{2}$ dia → $\frac{5}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{\quad}{\quad} =$ ....

Resposta: Em 2 dias e meio lerei ....

Problemas fracionários. Os problemas envolvem questões do tipo $\frac{1}{3}$ de 90 ou $\frac{4}{3}$ de 45; isto é, são meras aplicações do conceito obtido na página 79.

Divisão de Frações

$\frac{1}{3} \div 2 = \boxed{\frac{1}{6}}$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{6}}$

$$\boxed{\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}$$

1. Efetue as divisões abaixo

a)

$\frac{1}{3} \div 3 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{\quad}{\quad}$

b)

$\frac{1}{5} \div 2 = \frac{1}{5} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

c)

$\frac{3}{4} \div 3 = \frac{3}{4} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

d)

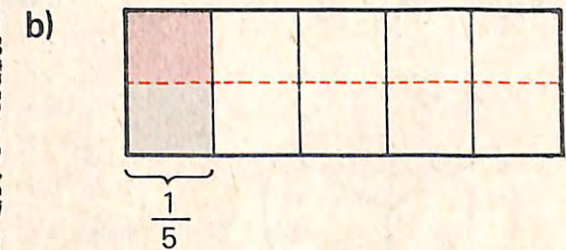
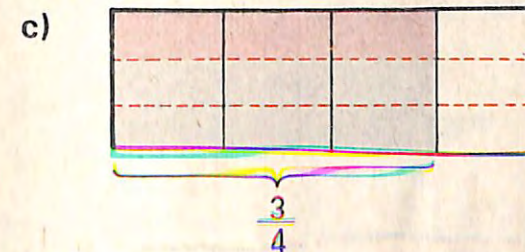
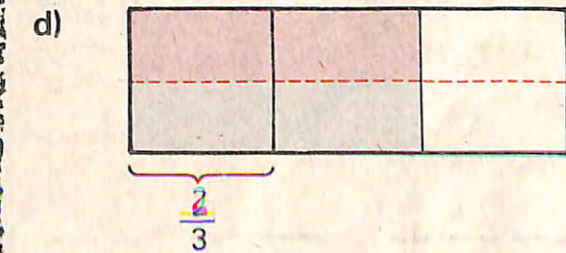
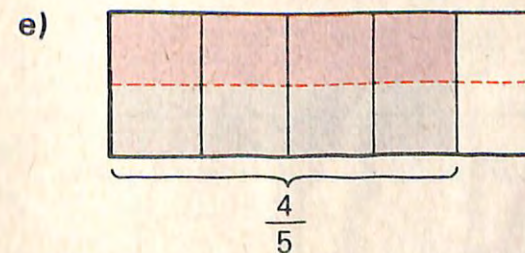
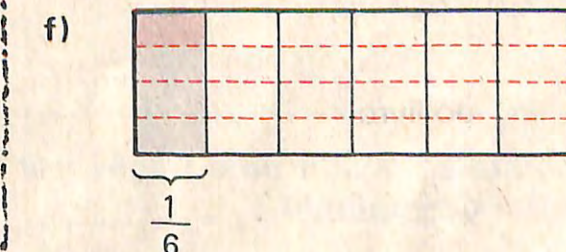
$\frac{2}{3} \div 2 = \frac{2}{3} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

e)

$\frac{4}{5}$

$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

f)

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{6} \div 4 = \frac{1}{6} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

Gra... ...ções. Iniciamos o processo mostrando que, graficamente, $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{6}$; como $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ também é $\frac{1}{6}$, então $\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$. ... todas as divisões de fração por inteiro ficam justificadas.